Macroeconomia 1
Clase 8
Crecimiento economico

Prof. McCandless
UCEMA

September 3, 2009

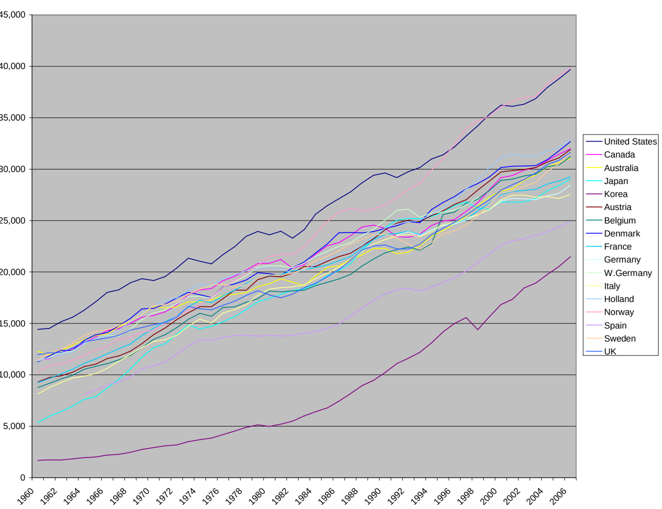
1 Crecimiento economico

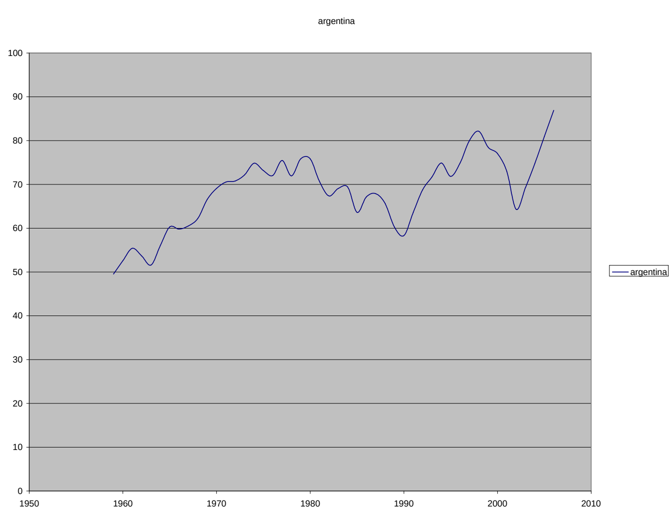
.Crecimiento economico

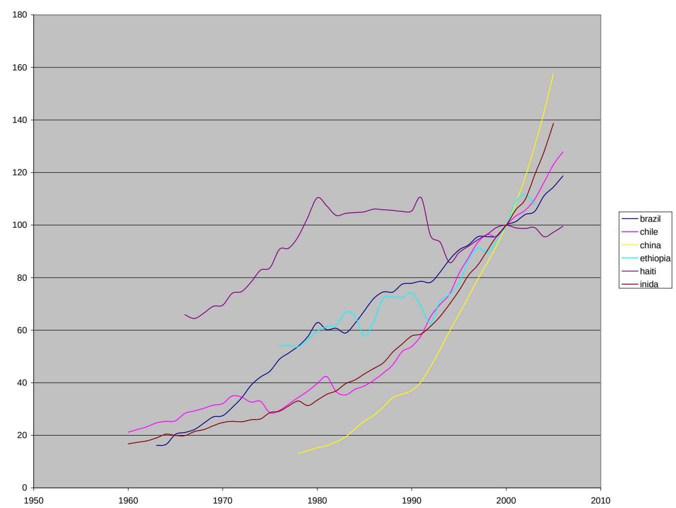
- Cuales son los fuentes de crecimiento economico
  - tecnologia (nuevo metodos de producir bienes
  - acumulacion de capital
  - acumulacion de capital humano (educacion o habilidades en los personas)
  - instituciones buenos que apoyan el crecimiento
- Los hechos sobre crecimiento en paises desarrollados (de Nicholas Kaldor)
  - Producto por trabajador y capital por trabajador crecian en el tiempo
  - returno por capital aproximente constante
  - fracion de ingreso a trabajo y a capital son aproximente constante
  - ratio entre capital y producto es constante
  - Convergencia de ingreso entre los paises desarrollados

.Crecimiento economico: OECD
.Crecimiento economico: Argentina
.Crecimiento economico:
.Crecimiento economico:
.Crecimiento economico: observaciones

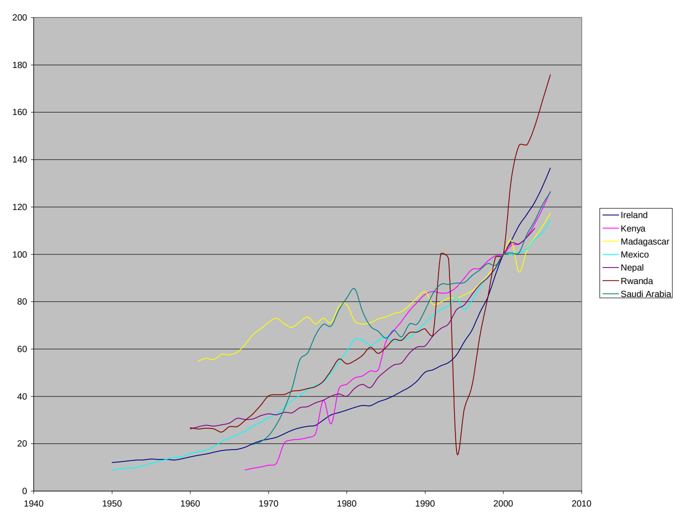
- Los paises ricos han crecido a tasas similares
- Algunos paises han crecido mucho mas rapido que otros (Paises de asia, en general)


45,000
40,000
35,000
30,000
25,000
20,000
15,000
10,000
5,000
0
1960
1962
1964
1966
1968
1970
1972
1974
1976
1978
1980
1982
1984
1986
1988
1990
1992
1994
1996
1998
2000
2002
2004
2006
United States
Canada
Australia
Japan
Korea
Austria
Belgium
Denmark
France
Germany
W.Germany
Italy
Holland
Norway
Spain
Sweden
UK


argentina
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
1950
1960
1970
1980
1990
2000
2010
argentina



0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
1950
1960
1970
1980
1990
2000
2010
brazil
chile
china
ethiopia
haiti
inida



0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
1940
1950
1960
1970
1980
1990
2000
2010
Ireland
Kenya
Madagascar
Mexico
Nepal
Rwanda
Saudi Arabia

- Algunos paises pobres no han crecido mucho comparados a los demas
- No es claro que, en general, los paises pobres crecian mas rapido que los ricos

Produccion

- Funcion de produccion tipo Cobb-Douglas, con tecnologia que aumenta trabajo
$$Y_t = (A_t L_t)^{1-\theta} K_t^{\theta}$$
- Fuentes posibles de crecimiento:
- Toma ln de funcion de produccion
$$\ln Y_t = (1-\theta) \ln A_t + (1-\theta) \ln L_t + \theta \ln K_t$$
- Toma derivada
$$\frac{dY_t}{Y_t} = (1-\theta) \frac{dA_t}{A_t} + (1-\theta) \frac{dL_t}{L_t} + \theta \frac{dK_t}{K_t}$$
- Crecimiento en producto puede vener de crecimiento en tecnologia, cantidad de trabajo, y/o cantidad de capital

Modelo de Solow (1)

- Primero modelo simple de crecimiento que puede explicar mucho de los hechos sobre crecimiento
- Modelo de crecimiento exogeno
- Ley de movimiento de capital
$$K_{t+1} = (1-\delta) K_t + I_t$$
- Tasa de ahorro es constante (supuesto mas importante de Solow para hacer simple su modelo)
$$S_t = sY_t$$
- Equilibrio en mercado de ahorro y inversion (pais cerrado)
$$I_t = S_t$$

Modelo de Solow (1)

- funcion de produccion mas simple (retronos constante de escala) o Cobb-Douglas
$$Y_t = F(K_t, L_t) = AK_t^{\theta} L_t^{1-\theta}$$

- En terminos de producto por trabajador

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} = \frac{AK_t^{\theta} L_t^{1-\theta}}{L_t} = A\left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\theta} = Ak_t^{\theta}$$

- Dejamos que L_t es constante y escribir las otros ecuaciones como

$$k_{t+1} = (1-\delta)\,k_t + i_t$$

$$s_t = sy_t$$

$$i_t = s_t$$

Modelo de Solow (1)

- Modelo completo es

$$\begin{aligned} y_t &= Ak_t^{\theta} \\ k_{t+1} &= (1-\delta)\,k_t + i_t \\ s_t &= sy_t \\ i_t &= s_t \end{aligned}$$

- Toma ecuacion 2 y usa ecuacion 4 para tener

$$k_{t+1} = (1-\delta)\,k_t + s_t$$

- Con ecuacion 3 tienes

$$k_{t+1} = (1-\delta)\,k_t + sy_t$$

- usando ecuacion 1, tienes

$$k_{t+1} = (1-\delta)\,k_t + sAk_t^{\theta}$$

Modelo de Solow (1)

- Ecuacion de primira diferencia (k_{t+1} como funcion de k_t)

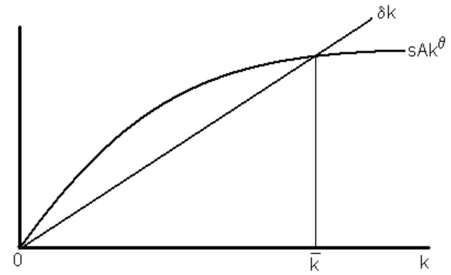
$$k_{t+1} = (1-\delta)\,k_t + sAk_t^{\theta}$$

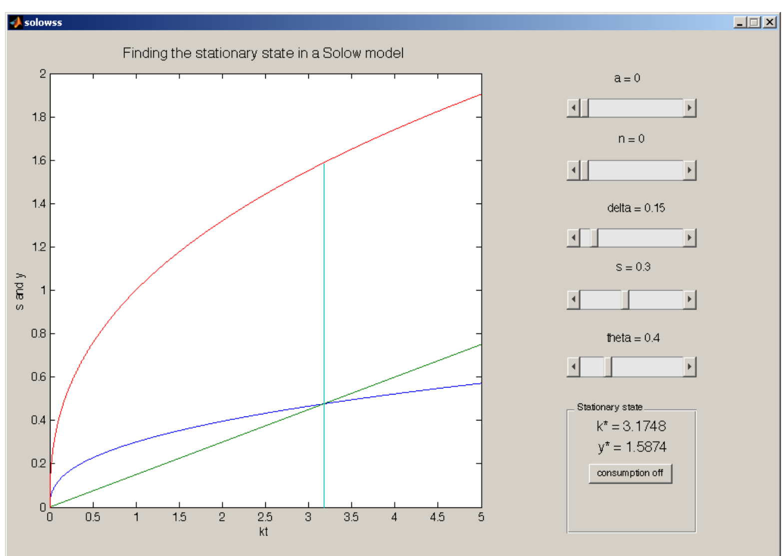
- Buscamos estado estacionario: cuando $\overline{k} = k_{t+1} = k_t$, para todos t

$$\overline{k} = (1-\delta)\,\overline{k} + sA\overline{k}^{\theta}$$

- o

$$\delta\overline{k} = sA\overline{k}^{\theta}$$


δk
sAk^{θ}
0
$\bar{k}$
k


solowss
Finding the stationary state in a Solow model
s and y
kt
a = 0
n = 0
delta = 0.15
s = 0.3
theta = 0.4
Stationary state
k* = 3.1748
y* = 1.5874
consumption off

Modelo de Solow (1)
Modelo de Solow (2)

- Tasas de crecimiento de trabajo y de tecnologia que aumenta trabajo
- Tecnologia
$$A_{t+1} = (1 + a) A_t$$
- Trabajo
$$L_{t+1} = (1 + n) L_t$$
- Usamos la funcion de produccion de Cobb-Doublas
$$Y_t = (A_t L_t)^{1-\theta} K_t^{\theta}$$

Modelo de Solow (2)

- Ley de moviemento de capital
$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t$$
- Usa equilibrio en mercado de ahorro y inversion
$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + S_t$$
- Usa tasa de ahorro fijo
$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + sY_t$$
- Agrega funcion de produccion
$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + s (A_t L_t)^{1-\theta} K_t^{\theta}$$

Modelo de Solow (2)

- Convertir en terminos de "por trabajador efectiva", dividiendo ambos lados de ecuacion por $A_{t+1} L_{t+1} = (1 + a) A_t (1 + n) L_t$
$$\begin{aligned} \frac{K_{t+1}}{A_{t+1} L_{t+1}} &= \frac{(1 - \delta) K_t}{(1 + a) A_t (1 + n) L_t} + \frac{s (A_t L_t)^{1-\theta} K_t^{\theta}}{(1 + a) A_t (1 + n) L_t} \\ &= \frac{(1 - \delta) K_t}{(1 + a)(1 + n) A_t L_t} + \frac{s K_t^{\theta}}{(1 + a)(1 + n)(A_t L_t)^{\theta}} \end{aligned}$$
- Definir capital por trabajador efectiva
$$k_t = \frac{K_t}{A_t L_t}$$

- Escribir ecuacion en terminos de capital por trabajador efectiva

$$(1+a)(1+n)k_{t+1} = (1-\delta)k_t + sk_t^{\theta}$$

Modelo de Solow (2)

- Tasa bruta de crecimiento de stock de capital: $\gamma_t = k_{t+1}/k_t$
- Escribir ecuacion como

$$k_{t+1} = \frac{(1-\delta)}{(1+a)(1+n)}k_t + \frac{s}{(1+a)(1+n)}k_t^{\theta}$$

- Dividir ambos lados por k_t

$$\begin{aligned}\gamma_t &= \frac{k_{t+1}}{k_t} = \frac{(1-\delta)}{(1+a)(1+n)} + \frac{s}{(1+a)(1+n)}k_t^{\theta-1} \\ &= \frac{(1-\delta)}{(1+a)(1+n)} + \frac{s}{(1+a)(1+n)k_t^{1-\theta}}\end{aligned}$$

  donde $1-\theta > 0$

- Mas grande es k_t, mas chica va a ser γ_t

Modelo de Solow (2)

- una economia es en un estado estacionario cuando $\gamma_t = 1$
- Par nuestra economia, esto pasa cuando

$$\gamma_t = 1 = \frac{(1-\delta)}{(1+a)(1+n)} + \frac{s}{(1+a)(1+n)k_t^{1-\theta}}$$

- o cuando

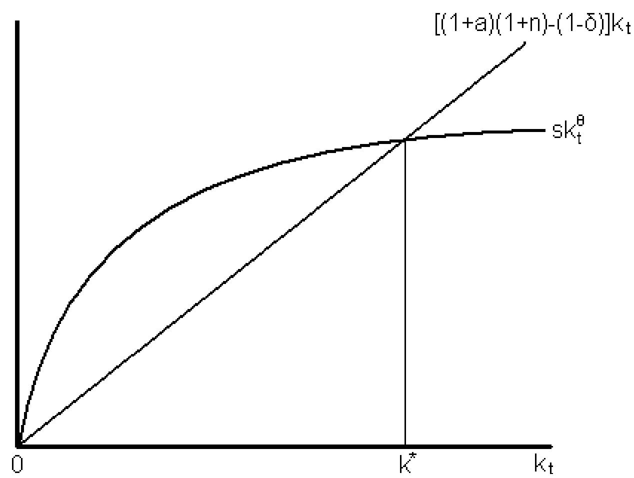
$$\frac{(1+a)(1+n)}{(1+a)(1+n)} - \frac{(1-\delta)}{(1+a)(1+n)} = \frac{s}{(1+a)(1+n)k_t^{1-\theta}}$$

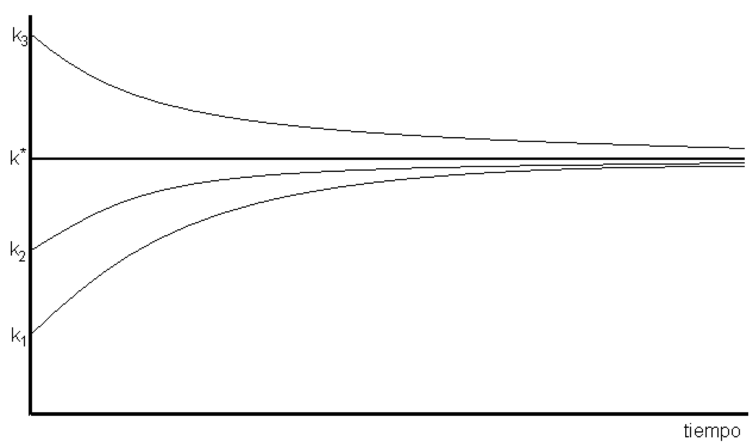
- $$(1+a)(1+n) - (1-\delta) = sk_t^{\theta-1}$$

  o

  $$[(1+a)(1+n) - (1-\delta)]k_t = sk_t^{\theta}$$

Modelo de Solow (2)
Modelo de Solow (2): Autopista
Modelo de Solow (2)


[(1+a)(1+n)-(1-δ)]k$_t$
sk$_t^θ$
0
k*
k$_t$


k$_3$
k*
k$_2$
k$_1$
tiempo

- Hay dos valores para estados estacionarios: un repelor

$$k^* = 0$$

y el atractor

$$k^* = \left[\frac{s}{a+n+an+\delta}\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

- Usando la funcion de produccion, tenemos que producto por trabajador efectivo es

$$y_t = \frac{Y_t}{A_t L_t} = \frac{(A_t L_t)^{1-\theta} K_t^{\theta}}{A_t L_t} = k_t^{\theta}$$

- producto en los estados estacionarios es

$$y^* = 0$$

$$y^* = \left[\frac{s}{a+n+an+\delta}\right]^{\frac{\theta}{1-\theta}}$$

Modelo de Solow (2)

- Naturaleza de estados estacionarios
- Nuestro definicion: donde

$$k_t = \frac{K_t}{A_t L_t}$$

es constante

- Pero, A_t y L_t estan creciendo en t, porque

$$A_{t+1} = (1+a) A_t$$

y

$$L_{t+1} = (1+n) L_t$$

- Tasa de crecimiento de capital es K_{t+1}/K_t

Modelo de Solow (2)

- Tasa de crecimiento de capital en un estado estacionario (camino de crecimiento balenceado) es

$$\begin{aligned} \frac{K_{t+1}}{K_t} &= \frac{k^* A_{t+1} L_{t+1}}{k^* A_t L_t} = \frac{k^* (1+a) A_t (1+n) L_t}{k^* A_t L_t} \\ &= \frac{k^* (1+a)(1+n)}{k^*} = (1+a)(1+n) \end{aligned}$$

- Tasa de crecimiento de producto en un estado estacionario es

$$\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = \frac{y^* A_{t+1} L_{t+1}}{y^* A_t L_t} = (1+a)(1+n)$$

- Las tasas de crecimiento de capital y producto son iguales

Modelo de Solow (2)

- En una economia competitiva, la renta de capital es el producto marginal de capital y el salario es el producto marginal de trabajo:

$$r_t = \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \theta (A_t L_t)^{1-\theta} K_t^{\theta-1} = \theta \frac{1}{k_t^{1-\theta}}$$

y

$$w_t = (1-\theta) A_t^{1-\theta} L_t^{-\theta} K_t^{\theta} = (1-\theta)(1+a)^t A_0 k_t^{\theta}$$

- en un estado estacionario, donde $k_t = k^*$, un constante, retorno sobre capital es constante

$$r_t = r^* = \theta \frac{1}{(k^*)^{1-\theta}}$$

- pero salarios crecen a la tasa $1+a$,

$$w_t = (1-\theta)(1+a)^t A_0 (k^*)^{\theta}$$

Modelo de Solow (2)

- Ingreso a capital iguala

$$r^* * K_t = r^* * k^* A_t L_t = \theta \frac{1}{(k^*)^{1-\theta}} * k^* A_t L_t = \theta (k^*)^{\theta} = \theta y^* A_t L_t$$

- Ingreso a trabajadores iguala

$$\begin{aligned} w_t * L_t &= (1-\theta)(1+a)^t A_0 (k^*)^{\theta} * L_t \\ &= (1-\theta)(k^*)^{\theta} A_t L_t = (1-\theta) y^* A_t L_t \end{aligned}$$

- Que pasa con el ratio de capital a producto: K_t/Y_t
- En un estado estacionario,

$$\frac{K_t}{Y_t} = \frac{k^* A_t L_t}{y^* A_t L_t} = \frac{k^*}{y^*}$$

- K_t/Y_t es un constante en un estado estacionario

Modelo de Solow

- Resultados del modelo en estados estacionarios

  1. fraciones de ingreso a capital y a trabajo son constantes
  2. ratio de capital a producto es un constante
  3. renta por capital es un constante en tiempo
  4. Salarios crecen con el nivel de tecnologia

Modelo de Solow

- Resultados del modelo que no van tan bien con los datos

  1. economias mas pobres deben crecer mas rapido que los ricos
     - Datos no dicen esto
  2. Parente y Prescott: paises pobres crecian mas o menos igual a los ricos
  3. No ha tasas de interes mas altos en los paises pobres que en los ricos (tomando en cuenta riesgo)
  4. No ha flujo de capital de paises ricos a pobres

- Modelo de Solow no puede explicar estos resultados

Regla de oro

- Hay una tasa de ahorro mejor para un pais?
- Cual es mejor estado estacionario: el con mejor consumo
- Consumo es la diferencia entre producto y ahorro

$$c = y - ahorros = (1 - s)\, y$$

- Condicion de un estado estacionario es

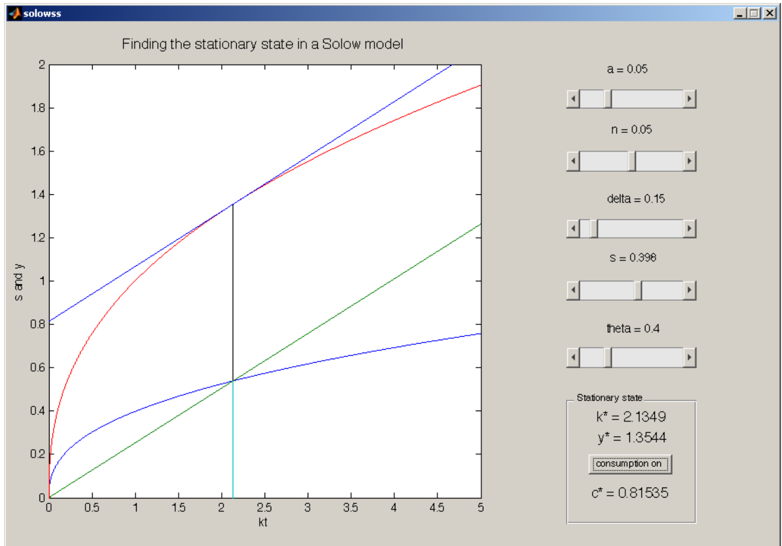
$$k^* = \left[\frac{s}{a + n + an + \delta}\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

  y producto en unestado estacionario es

$$y^* = \left[\frac{s}{a + n + an + \delta}\right]^{\frac{\theta}{1-\theta}}$$

- Consumo en un estado estacionario es

$$c^* = (1 - s)\left[\frac{s}{a + n + an + \delta}\right]^{\frac{\theta}{1-\theta}}$$



Regla de oro

- condicion de primera orden es

$$\frac{dc^*}{ds} = -\left[\frac{s}{a+n+an+\delta}\right]^{\frac{\theta}{1-\theta}} + \frac{\theta}{1-\theta}(1-s)\left[\frac{s}{a+n+an+\delta}\right]^{\frac{\theta}{1-\theta}-1}\left[\frac{1}{a+n+an+\delta}\right] = 0$$

- o

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{\theta}{1-\theta}(1-s)\left[\frac{s}{a+n+an+\delta}\right]^{-1}\left[\frac{1}{a+n+an+\delta}\right] \\ &= \frac{\theta}{1-\theta}\left[\frac{1-s}{s}\right] \end{aligned}$$

- o

$$\frac{1-\theta}{\theta} = \frac{1-s}{s}$$

- or

$$s = \theta$$

Regla de oro