

# Macroeconomía 1

## Clase 10

### Inflación

Prof. McCandless  
UCEMA

October 13, 2009

Datos: Inflación mensual de Argentina  
Inflación mensual de Argentina (promedio 5 meses)  
Inflación mensual de Argentina (promedio 13 meses)

Datos de EEUU: mensual  
Datos de EEUU: 13 month average  
Datos de EEUU: 25 month average  
Datos de EEUU: 61 month average  
Inflación y inflación esperada

- Que es la diferencia
- por que importa
- tasas de interes real:  $r^r$

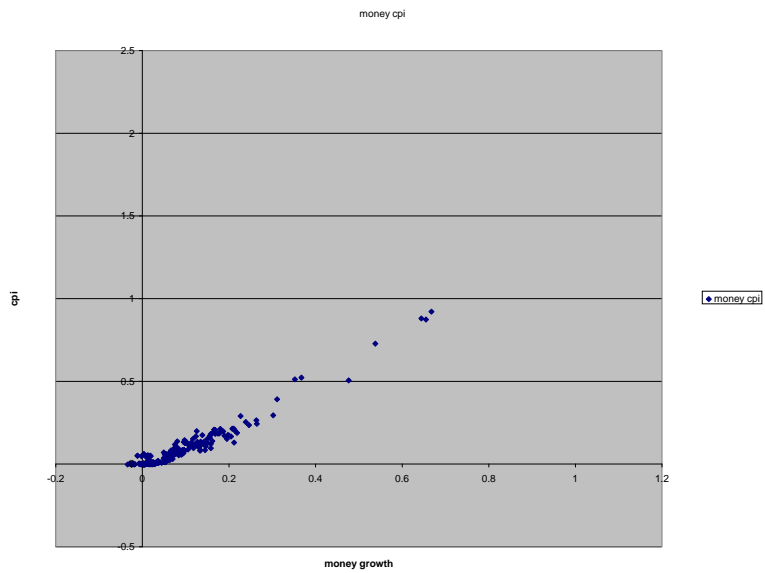
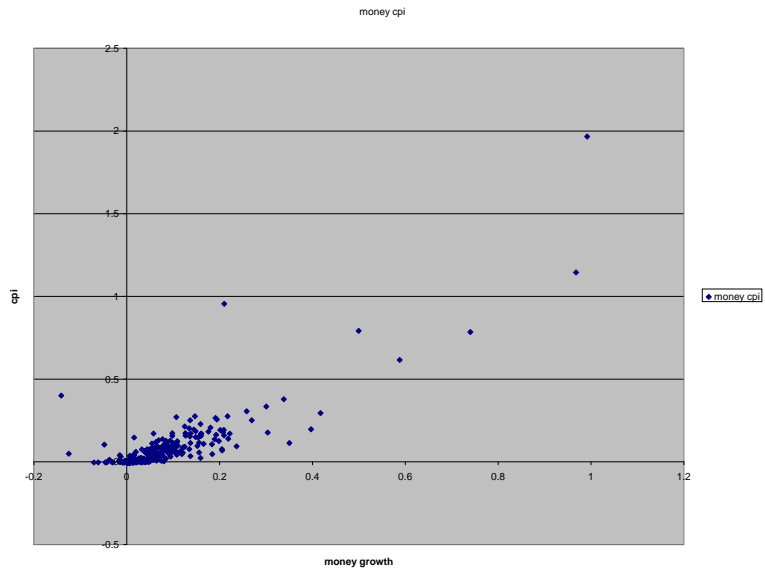
$$1 + r^r = \frac{1 + r^n}{1 + \pi}$$

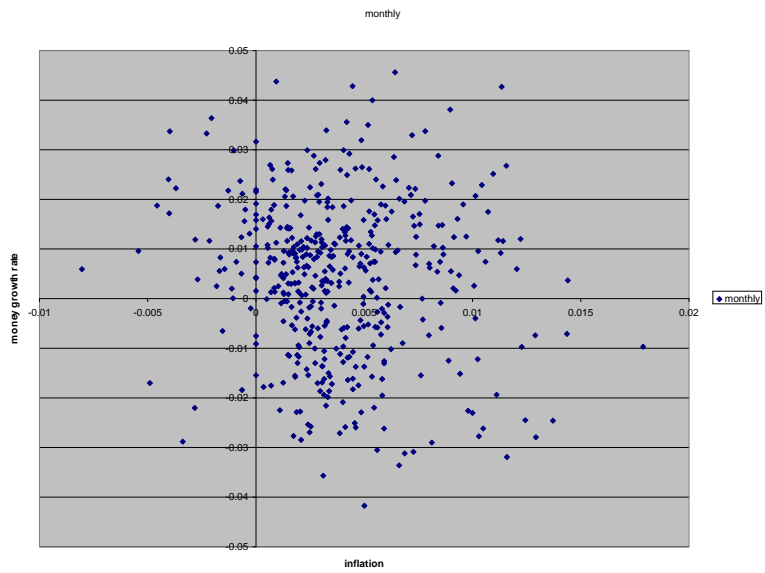
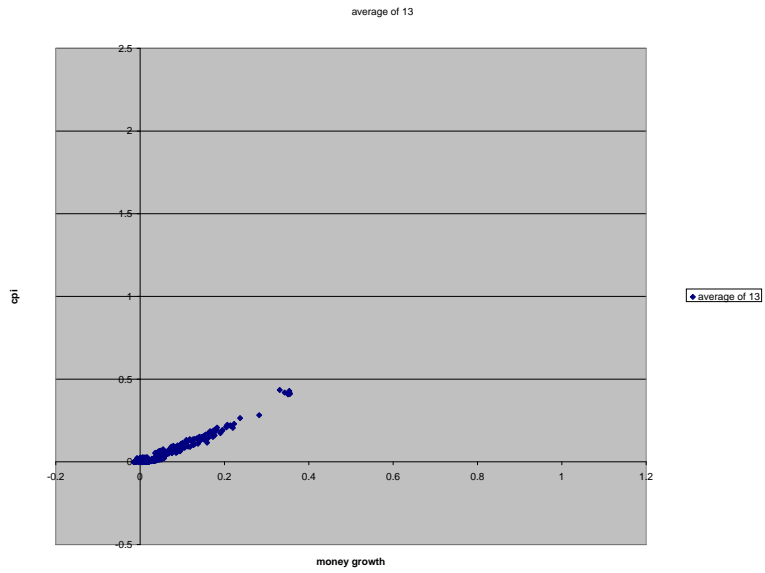
- tasa de interes nominal  $r^n$
- $\pi$  = tasa de inflación
- pero dado que esto es sobre la inflación de hoy (que no conocimos)
- inflación debe ser la inflación esperada y

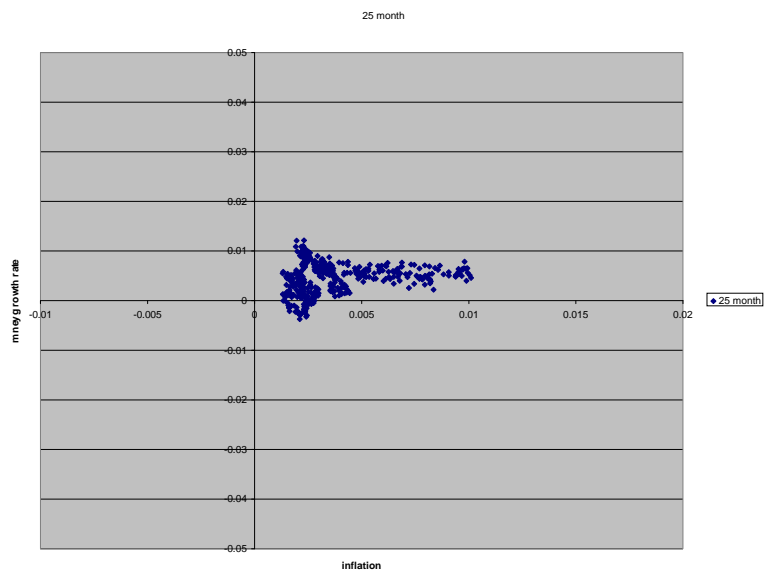
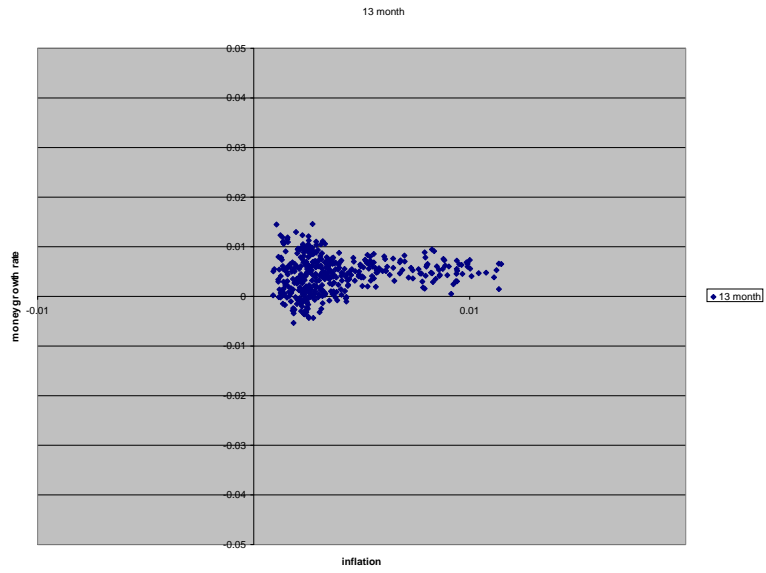
*inflación esperada  $\neq$  inflación realizada*

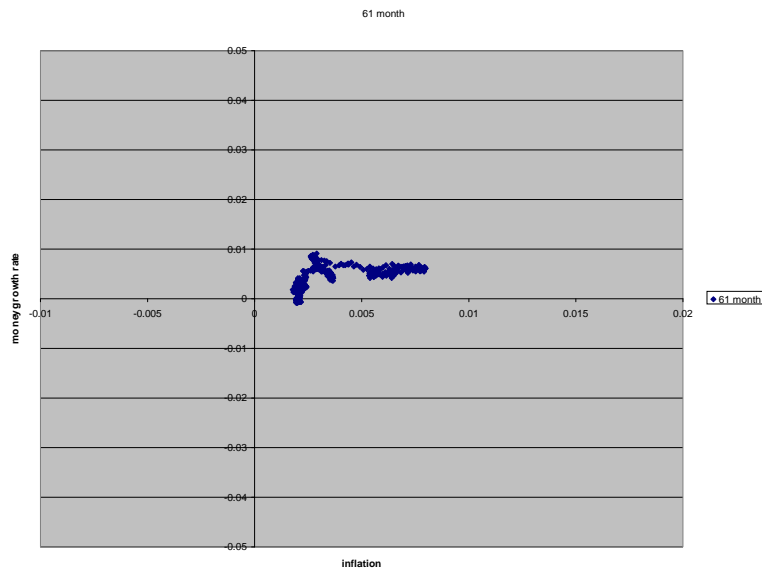
Inflación y inflación esperada

- inflación realizado solo puede ser determinado despues (en la proxima periodo)









- Dado que la inflación es la inflación esperada, también la tasa de interés real debe ser esperada
- La tasa de interés real realizado solo puede ser determinado después
- Eso es una de las razones que expectativas importa

Como podemos determinar inflación esperada

1. Si hay mercados con precios un ajuste para inflación y mercados similares sin
  - (a) mercado de hipotecas sin indexación y con (diferencia en las tasas debe ser inflación esperada)
  - (b) bonos indexados y bonos similares no indexados
  - (c) Algunos contratos de futuros (pero normalmente no hay cobertura suficiente)
2. Encuestas entre individuos o especialistas
3. Expectativas racionales (matemáticas) pueden estimar
  - (a) por métodos estadísticas
  - (b) con modelo (con parámetros estimados)

Inflación (dinero y precios)

- Teoria basica: teoria cuantatativa
  - precios son mas altos donde hay mas dinero
  - Copernicus y la Universidad de Salamanca (Martin de Azpilcueta (Navarrus), 1493-1586)
  - ecuacion de intercambio (con supuesto que velocidad es constante)

$$M_t v = P_t Y_t$$

- Inflacion (entre periodo  $t$  y periodo  $t + 1$ ) es iguala a

$$\pi_t = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

o

$$1 + \pi_t = \frac{P_{t+1}}{P_t}$$

Inflacion (dinero y precios)

- Re-escribe

$$M_t v = P_t Y_t$$

como

$$P_t = \frac{M_t v}{Y_t}$$

- Escribe  $P_{t+1}$  como

$$P_{t+1} = \frac{M_{t+1} v}{Y_{t+1}}$$

- Inflacion puede ser escrito (con  $v$  constante) como

$$1 + \pi_t = \frac{P_{t+1}}{P_t} = \frac{\frac{M_{t+1} v}{Y_{t+1}}}{\frac{M_t v}{Y_t}} = \frac{M_{t+1}}{M_t} \frac{Y_t}{Y_{t+1}}$$

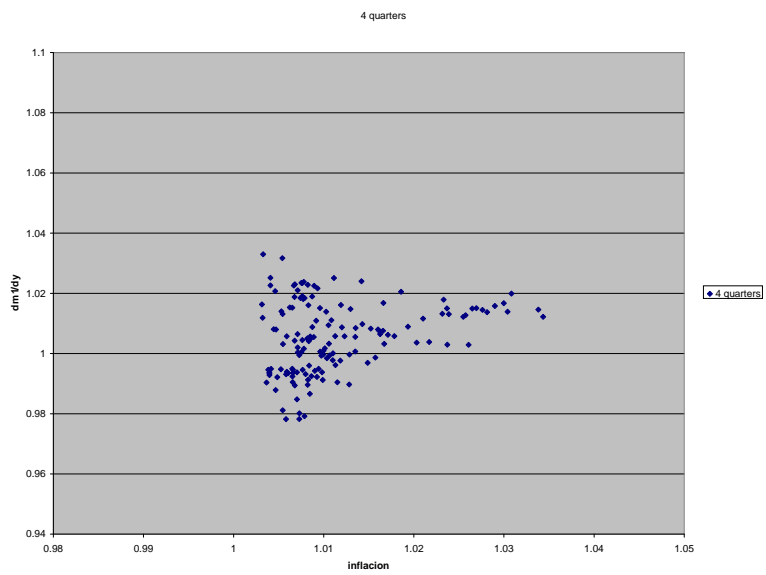
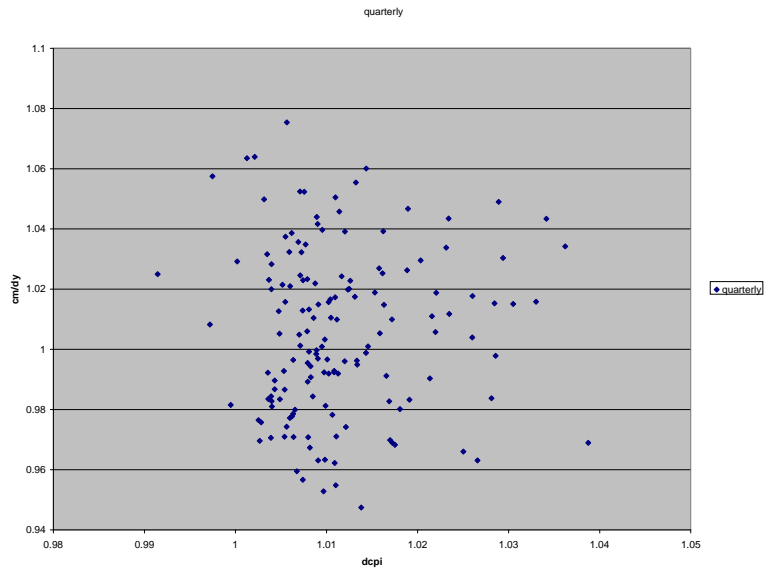
.Teoria cuantatativa y inflacion

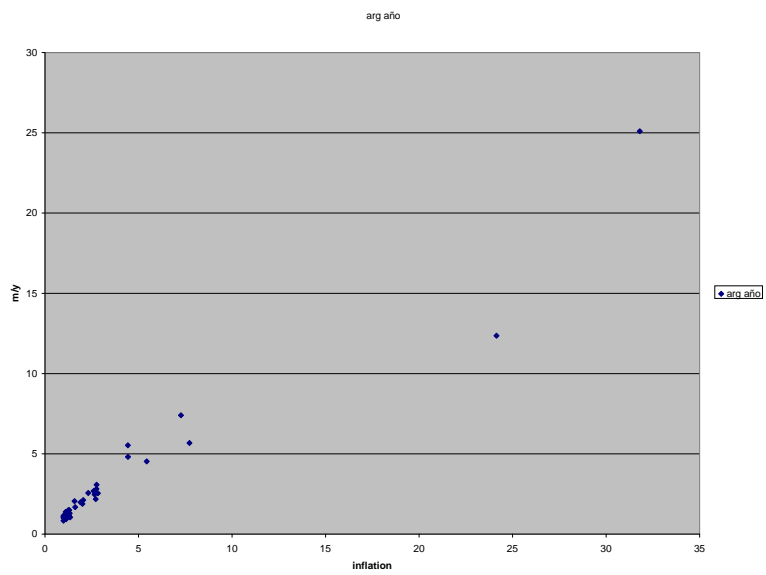
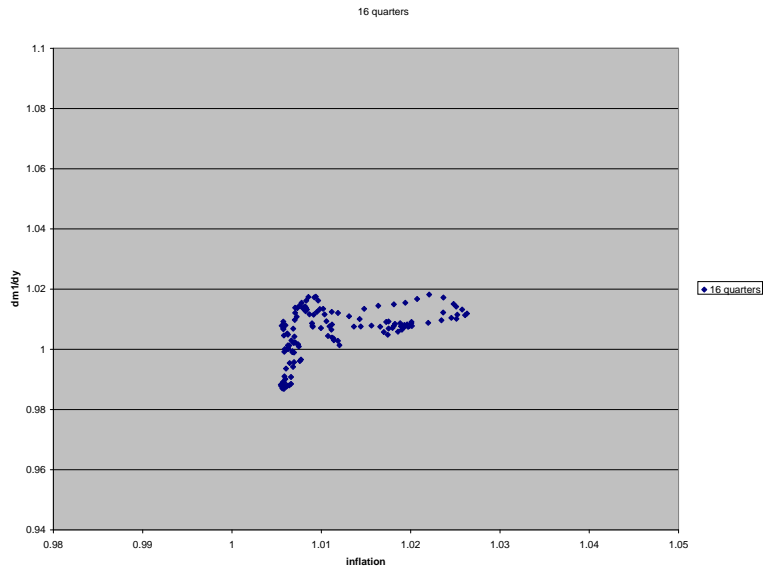
- relacion entre inflacion, cambio en cantidad de dinero y cambio en producto

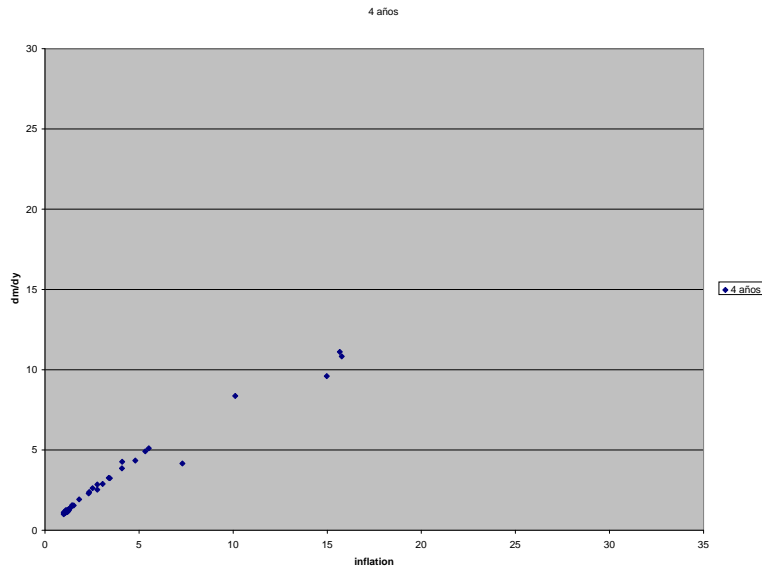
$$1 + \pi_t = \frac{M_{t+1}}{M_t} \frac{Y_t}{Y_{t+1}}$$

- $M_{t+1}/M_t = 1 +$  tasa de cambio de dinero
- $Y_{t+1}/Y_t = 1 +$  tasa de cambio de producto
- idea de teoria cuantatativa

$$1 + \pi_t = \frac{1 + \text{tasa de cambio de dinero}}{1 + \text{tasa de cambio de producto}}$$







Relacion entre inflacion y  $dM1/dY$ : 1 trimestre EEUU  
 Relacion entre inflacion y  $dM1/dY$ : 4 trimestres EEUU  
 Relacion entre inflacion y  $dM1/dY$ : 16 trimestres EEUU  
 Relacion entre inflacion y  $dM1/dY$ : 1 año Arg  
 Relacion entre inflacion y  $dM1/dY$ : 4 años Arg  
 .Un modelo con dinero y inflacion

- Efectivo en adelante (cash in advance)
- Debe tener dinero para comprar bienes de consumo
- Dinero fue ahorrado del periodo anterior
- Queremos una vida con muchos periodos
  - gente recibe su sueldo cada mes (algunos cada semana)
- Implica que una buena funcion de utilidad es

$$u = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t) + B \ln(1 - l_t)]$$

- $t$  = numero per periodos en el futuro

.Un modelo con dinero y inflacion

- Tecnología muy simple ( $\theta = 0, A_t = 1$ )

$$y_t = A_t l_t^{1-\theta} = 1 \cdot l_t^1 = l_t$$

- Restricción de presupuesto

$$m_{t+1} + s_{t+1} = m_t + (1 + R) s_t + P_t l_t + \tau_t - P_t c_t$$

donde  $m_t$  = dinero ahorrado de periodo anterior,  $s_t$  = ahorros en bonos,  $\tau_t$  = transferencia por el banco central de dinero a la familia en periodo t, transferencia tipo suma fija

- Restricción de efectivo en adelante

$$P_t c_t \leq m_t$$

- Dice que familia solo puede consumir lo que puede pagar con dinero ahorrado del periodo anterior (y no  $\tau_t$ )

Un modelo con dinero y inflación

- Condiciones de equilibrio
- regla de crecimiento de dinero ( $g$  = tasa de crecimiento de dinero)

$$m_{t+1} = m_t + \tau_t = (1 + g) m_t$$

- familias son idénticas

$$c_t = l_t$$

o (que es la misma restricción)

$$s_t = 0$$

- No hay nada de quien puedo pedir prestar

Un modelo con dinero y inflación

- Definición de equilibrio

**Definition 1** *Un equilibrio de esta economía es un asignación  $\{c_t, l_t, m_t, s_t, \tau_t\}_{t=0}^{\infty}$  y un conjunto de precios  $\{P_t, R_t\}_{t=0}^{\infty}$  donde (1) dado los precios, en cada t,  $c_t, l_t, m_t, s_t$  resuelve el problema de las familias y (2) los mercados "clear".*

- Un equilibrio es una secuencia de valores de cantidades y de precios
- las familias están maximizando su utilidad, sujeto a sus restricciones
- Mercados están funcionando bien ("clear")

Un modelo con dinero y inflacion

**Definition 2** *Un estado estacionario es un equilibrio donde los valores de las variables reales son constantes en tiempo.*

- En un estado estacionario,  $c_t = c_{t+i} = c^*$  y  $l_t = l_{t+i} = l^*$
- Estados estacionarios estan equilibrios
  - deben cumplir con condiciones de equilibrios
- Pero un equilibrio donde los valores de variables reales no cambian
- Valores de variables nominales pueden cambiar
  - cantidad de dinero puede cambiar
  - precios pueden cambiar
  - per solo en formas en cual variables reales no cambian
  - por ejemplo: con tasas constantes de crecimiento de dinero (y de inflacion)

Un estado estacionario

- Relacion entre inflacion y tasa de crecimiento de dinero en un estado estacionario (EE)
- "Cash in advance" en EE es

$$P_t c^* = m_t$$

- inflacion es

$$1 + \pi_t = \frac{P_{t+1}}{P_t} = \frac{\frac{m_{t+1}}{c^*}}{\frac{m_t}{c^*}} = \frac{m_{t+1}}{m_t} = \frac{(1+g)m_t}{m_t} = 1 + g$$

- implica que

$$\pi_t = \pi^* = g$$

Metodos variacionales (inventados en la decada 50)

- Una forma resolver problemas con horizontes infinitos (encontrar algunos soluciones, pueden ser otros)
- Supuesto: variables de decisiones de periodos  $t-1$  y  $t+1$  estan conocidos
- Resuelven problema para variables de decision de periodo  $t$
- Toman en cuenta como gente miran atras y adelante (usan variables del pasado y expectativas del futuro)

- Buscamos solución de estado estacionario: los valores para las variables donde  $x_{t-1} = x_{t+1}$  y la solución para periodo  $t$  es  $x_t$  donde  $x_t = x_{t-1} = x_{t+1}$

Un modelo con dinero y inflación

- Para usar método de Lagrange, escribir restricciones de presupuesto como

$$0 = m_{t+1} + s_{t+1} - m_t - (1 + R) s_t - P_t l_t - \tau_t + P_t c_t$$

y

$$0 = m_t - P_t c_t$$

- Podemos simplificar el primero saquando el segundo

$$0 = m_{t+1} + s_{t+1} - (1 + R) s_t - P_t l_t - \tau_t$$

- Problema de la familia: maximizar

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t) + B \ln(1 - l_t) + \lambda_t^1 (m_{t+1} + s_{t+1} - (1 + R) s_t - P_t l_t - \tau_t) + \lambda_t^2 (m_t - P_t c_t)]$$

Un modelo con dinero y inflación

- Las familias deben elegir:  $c_t, l_t, m_{t+1}, s_{t+1}$
- Condiciones de primera orden

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial c_t} &= \frac{1}{c_t} - \lambda_t^2 P_t = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial l_t} &= -\frac{B}{(1 - l_t)} - \lambda_t^1 P_t = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial m_{t+1}} &= \lambda_t^1 + \beta \lambda_{t+1}^2 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial s_{t+1}} &= \lambda_t^1 - \beta \lambda_{t+1}^1 (1 + R) = 0 \end{aligned}$$

Un modelo con dinero y inflación

- Condiciones de primera orden puede ser escrito como

$$\begin{aligned} \lambda_t^2 &= \frac{1}{P_t c_t} \\ \lambda_t^1 &= -\frac{B}{P_t (1 - l_t)} \\ \lambda_t^1 &= -\beta \lambda_{t+1}^2 \\ \lambda_t^1 &= \beta \lambda_{t+1}^1 (1 + R) \end{aligned}$$

o

$$\frac{B}{(1-l_t)} = \beta \frac{P_t}{P_{t+1}c_{t+1}}$$
$$\frac{1}{\beta} = \frac{P_t(1-l_t)}{P_{t+1}(1-l_{t+1})}(1+R)$$

Condiciones de primera orden en estado estacionario

- Ponemos los valores de un estado estacionario en las condiciones de primera orden

$$\frac{B}{(1-l^*)} = \beta \frac{1}{(1+g)c^*}$$
$$\frac{1}{\beta} = \frac{(1+R)}{(1+g)}$$

- definicion de tasa de interes real,  $r$ , es

$$1+r = \frac{(1+R)}{(1+g)} = \frac{1}{\beta}$$

- que implica este resultado

Condiciones de primera orden en estado estacionario

- Otra condicion de primera orden es

$$\frac{B}{(1-l^*)} = \beta \frac{1}{(1+g)c^*}$$

- Sabemos que en equilibrio,

$$c_t = l_t$$

o, mas importante para nosotros,

$$c^* = l^*$$

- esto implica que

$$\frac{B}{(1-c^*)} = \beta \frac{1}{(1+g)c^*}$$

- y con un poco de algebra,

$$c^* = \frac{\beta}{B(1+g) + \beta}$$

Usando restricciones de presupuesto

- Restricciones son

$$0 = m_t - P_t c_t$$

y

$$0 = m_{t+1} + s_{t+1} - (1 + R) s_t - P_t l_t - \tau_t$$

- La primera implica que

$$P_t = \frac{m_t}{c^*}$$

- Para cualquiera nivel de  $m_t$ ,  $P_t$  esta definida por esta ecuacion
- en un estado estacionario con tasa de crecimiento de dinero =  $g$

Usando restricciones de presupuesto

- la segunda restriccion implica que

$$0 = m_{t+1} + s_{t+1} - (1 + R) s_t - P_t c^* - \tau_t$$

$$0 = m_{t+1} + s_{t+1} - (1 + R) s_t - m_t - \tau_t$$

y dado que  $m_{t+1} = m_t + \tau_t$

$$0 = s_{t+1} - (1 + R) s_t$$

o que

$$s_{t+1} = (1 + R) s_t$$

$$s_{t+1} = \frac{(1 + g)}{\beta} s_t$$

- Pero en equilibrio,  $s_t = 0 = s_{t+1}$

Efecto de tasas de inflacion diferentes

- Supogamos que hay dos economias: uno con tasa de crecimiento de dinero y inflacion =  $g_1$
- otro con  $g_2 > g_1$
- Consumo en los dos economias son

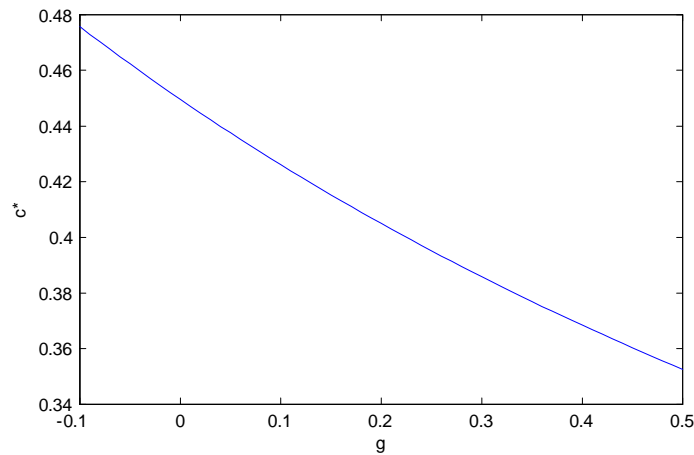
$$c_1^* = \frac{\beta}{B(1 + g_1) + \beta}$$

y

$$c_2^* = \frac{\beta}{B(1 + g_2) + \beta}$$

- Dado que  $g_2 > g_1$

$$c_1^* > c_2^*$$



- Economía con mas inflacion tiene menos consumo en cada periodo

Efecto de tasas de inflacion diferentes

¿Cual es la tasa de inflacion optima?

- Buscamos tasa optima para un estado estacionario
- Queremos maximizar utilidad
- Utilidad es

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\ln(c_t) + B \ln(1 - l_t))$$

- Pero en un estado estacionario,  $c_t = c^*$ , y  $l_t = l^* = c^*$
- Re-escribimos utilidad como

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\ln(c^*) + B \ln(1 - c^*)) &= (\ln(c^*) + B \ln(1 - c^*)) \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \\ &= \frac{\ln(c^*) + B \ln(1 - c^*)}{1 - \beta} \end{aligned}$$

¿Cual es la tasa de inflacion optima?

- Elegir  $c^*$  para maximizar

$$\frac{\ln(c^*) + B \ln(1 - c^*)}{1 - \beta}$$

- Condicion de primera orden es

$$\frac{1}{1-\beta} \left( \frac{1}{c^*} - B \frac{1}{1-c^*} \right) = 0$$

o

$$1 - c^* = Bc^*$$

o

$$c^* = \frac{1}{1+B}$$

• Cual es la tasa de inflacion optima?

- Desde modelo sabemos que

$$c^* = \frac{\beta}{B(1+g^*) + \beta}$$

donde  $g^*$  en esto caso es la tasa de crecimiento de dinero que maximiza utilidad

- Usando  $c^* = 1/(1+B)$ , tenemos que

$$\frac{1}{1+B} = \frac{\beta}{B(1+g^*) + \beta}$$

o

$$Bg^* = \beta B - B$$

o

$$g^* = \beta - 1$$

- Nota que  $\beta - 1 < 0$

• Cual es la tasa de interes nominal optima

- Tasa de interes nominal optima,  $R^*$ , es igual a

$$\begin{aligned} 1 + R^* &= \frac{(1+g^*)}{\beta} \\ &= \frac{(1+\beta-1)}{\beta} = 1 \end{aligned}$$

o

$$R^* = 0$$

- Tasa de interes real optima es

$$\begin{aligned} 1 + r^* &= \frac{(1+R^*)}{(1+g^*)} \\ &= \frac{1}{(1+\beta-1)} = \frac{1}{\beta} \end{aligned}$$

- La tasa real siempre es igual a

$$1 + r^* = \frac{1}{\beta}$$

de la condicion de primera orden

Resumen de modelo de "cash in advance"

- Modelo con optimizacion (periodos cortos)
- tasa de interes nominal ajuste por inflacion
- tasa de interes real =  $1/\beta$
- mas inflacion implica menos consumo
- inflacion optima =  $\beta - 1$
- tasa de interes nominal = 0
  - pero precios caen
- retorno con dinero =  $1/\beta$ 
  - implica dinero tiene mismo retorno como bonos

Precios, dinero, y expectativas

- Que pasa si el gobierno anuncia, en momento  $t$ , que esta aumentando la tasa de crecimiento de dinero de  $g_1$  a  $g_2 > g_1$
- con inflacion  $g_1$ , consumo, en el viejo estado estacionario es

$$c_1 = \frac{\beta}{B(1 + g_1) + \beta}$$

- con el anuncio (que la gente crean), consumo cambia (en el nuevo estado estacionario) a

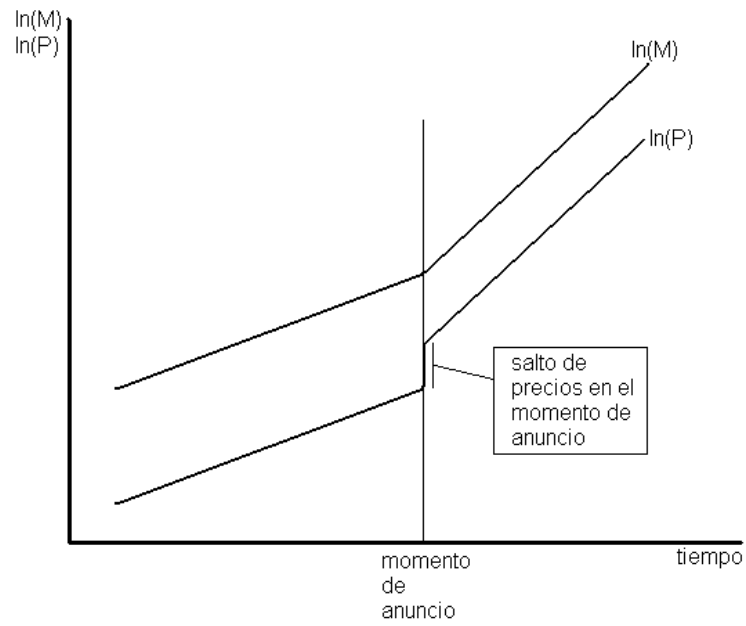
$$c_2 = \frac{\beta}{B(1 + g_2) + \beta}$$

- donde  $c_2 < c_1$
- recuerden que

$$P_t = \frac{m_t}{c}$$

Precios, dinero, y expectativas

- en momento  $t$ , la cantidad de dinero todavia no ha cambiado =  $m_t$



- antes el anuncio,

$$P_t^a = \frac{m_t}{c_1}$$

- y despues el anuncio

$$P_t^d = \frac{m_t}{c_2}$$

- con  $c_2 < c_1$  implica que  $P_t^d > P_t^a$

Precios, dinero, y expectativas