Clase 6

Tomás Williams

22 de septiembre de 2009

UCEMA

1. Crecimiento económico sin tecnología

La ecuación del modelo de Solow sin crecimiento de la tecnología es,

$$k_{t+1} = \frac{(1-\delta)k_t}{(1+n)} + \frac{sAk_t^\theta}{(1+n)}$$

De esta ecuación sale que el estado estacionario es,

$$\bar{k} = \left[\frac{sA}{n+\delta}\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

Lo que queremos ver es como podemos resolver el modelo completamente a través de Matlab.

2. Crecimiento económico con tecnología

De la misma manera que antes, la ecuación que describe el modelo de Solow cuando hay crecimiento de la tecnología es,

$$\hat{k}_{t+1} = \frac{(1-\delta)\hat{k}_t}{(1+n)(1+a)} + \frac{s\hat{k}_t^\theta}{(1+n)(1+a)}$$

donde a representa la tasa neta de crecimiento de la tecnología. Las $\hat{k}$ representan el capital per cápita efectivo.

La tasa de crecimiento bruta del capital per cápita efectivo es,

$$\gamma_t = \frac{\hat{k}_{t+1}}{\hat{k}_{t+1}} = \frac{(1-\delta)}{(1+n)(1+a)} + \frac{s\hat{k}_t^{\theta-1}}{(1+n)(1+a)}$$

De la misma manera que en el modelo sin tecnología los países con menos capital crecen a tasas más rápidas.

El estado estacionario es cuando esta tasa bruta es igual a 1 (por ende la economía no está creciendo en términos de capital per cápita efectivo).

Después de reordenar términos tenemos que en el estado estacionario sucede que,

$$[(1+a)(1+n)-(1-\delta)]\hat{k}=s\hat{k}^{\theta}$$

De nuevo en este modelo tenemos un estado estacionario positivo que nos dice que desde cualquier capital positivo que partamos vamos a converger a este estado estacionario (si partimos de capital igual a 0 esto no va a suceder).

Entonces, el estado estacionario es

$$\hat{k}=\left[\frac{s}{a+n+an+\delta}\right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

Qué pasa con las variables de la economía en el estado estacionario? Están creciendo? Veamos primero el capital.

$$\hat{k}_t=\frac{K_t}{A_tL_t}\Rightarrow K_t=\hat{k}_tA_tL_t$$

Entonces, en estado estacionario la tasa de crecimiento del capital de la economía es,

$$\frac{K_{t+1}}{K_t}=\frac{\hat{k}A_{t+1}L_{t+1}}{\hat{k}A_tL_t}=\frac{\hat{k}(1+a)A_t(1+n)L_t}{\hat{k}A_tL_t}=(1+a)(1+n)$$

El ingreso nacional también crece a la misma tasa. Lo que nos interesa ahora es ver qué está pasando con los salarios y la renta del capital cuando una economía se encuentra en estado estacionario. Recordemos que,

$$r_t=\theta(A_tL_t)^{1-\theta}K_t^{\theta-1}=\theta\frac{1}{\hat{k}_t^{1-\theta}}$$

$$w_t=(1-\theta)A_t^{1-\theta}L_t^{-\theta}K_t^{\theta}=(1-\theta)(1+a)^tA_0\hat{k}_t^{\theta}$$

Acá fácilmente podemos ver que cuando el capital per cápita efectivo es constante en un estado estacionario, la renta del capital es constante pero el salario no, este crece a la tasa de crecimiento de la tecnología.

Ahora queremos resolver este modelo (y las principales conclusiones que sacamos) en Matlab. Resumamos lo que queremos ver.

1. La dinámica hacia el estado estacionario en un modelo con tecnología
2. Ver la convergencia desde diferentes niveles de capital inicial
3. Ver que la tasa de crecimiento de capital es mayor para países con un nivel de capital menor
4. El estado estacionario y su resolución
5. Ver las tasas de crecimiento de las variables de la economía en estado estacionario (capital agregado y salarios)