I. Duopolio de Cournot

A. Demanda de mercado

Suponemos que el precio de mercado

$$p = f(D)$$

toma la forma simple

$$p = a - D = a - \left(D_1 + D_2\right).$$

Es decir, el precio igual una constante menos la suma de producción de las dos firmas (en el caso general, van a ser *n* firmas: $D = \sum_{i=1}^{n} D_i = D_i + \sum_{j \neq i} D_j$).

B. Funciones de beneficio o ingresos netos

Dada la función de beneficios de cada empresa *i*, para *i*=1,2,

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c \ ,$$

donde se supone que hay un costo marginal constante de *c* para producir (en lugar de 0, como en el capítulo 7 de Cournot), y reemplazando por el precio de mercado, se tiene que

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c = D_i \left(a - \left(D_i + D_{-i}\right) - c\right).$$

C. Optimización

Cuando cada empresa maximiza sus beneficios, reconoce que son una función de la producción de ambas firmas,

$$\pi_i = \pi_i(D_i, D_{-i}) \ .$$

La condición de primer orden, maximizando con respecto a su propio nivel de producción D_i y tomando como dada la producción D_{-i} de la otra firma, es

$$D_i = \frac{a - D_{-i} - c}{2} \quad .$$

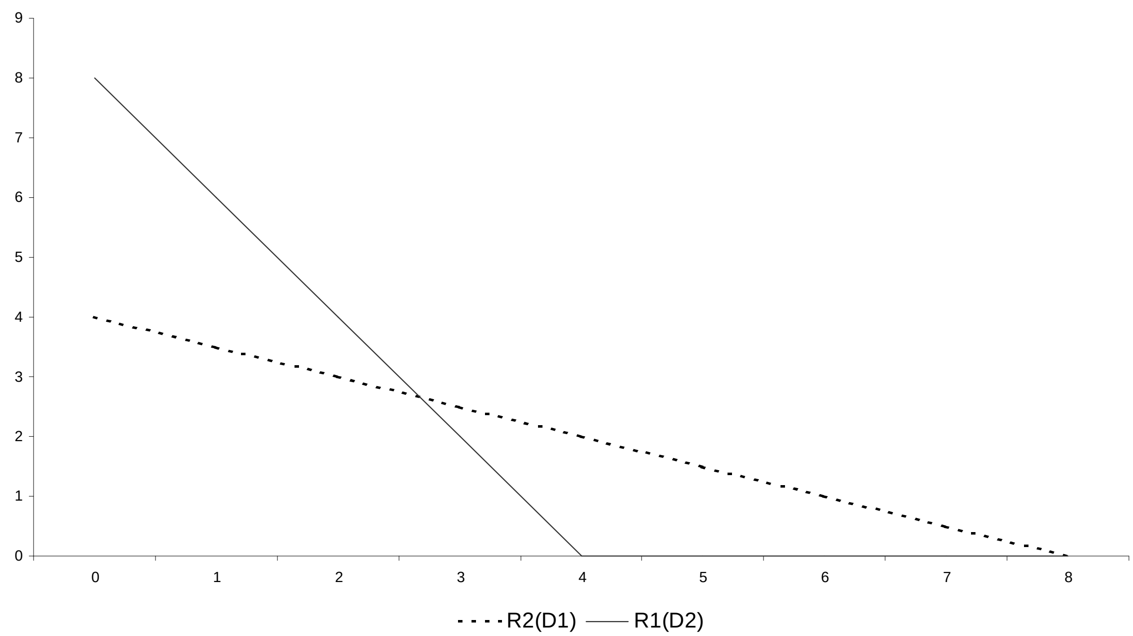
La condición de segundo orden se cumple, ya que la derivada segunda es –2<0.

Cournot planteó una solución gráfica donde se intersectaban las curvas de ambas empresas, que en terminología moderna son las funciones de respuesta óptima:

$$D_1 = R_1(D_2) \quad \Rightarrow \quad D_1 = \frac{a - D_2 - c}{2} \;,$$
$$D_2 = R_2(D_1) \quad \Rightarrow \quad D_2 = \frac{a - D_1 - c}{2}.$$

Resolviendo este sistema lineal simple, la solución es $D_1 = D_2 = (a-c)/3$. Esto se puede graficar al modo de Cournot en el gráfico 1, donde la intersección corresponde al punto del equilibrio Nash, o equilibrio Cournot-Nash como a veces se lo llama. En el eje de las abscisas se presenta la cantidad D_1, mientras que en el eje de las ordenadas se representa la cantidad D_2. Las funciones de respuesta óptima son lineales en la cantidad que produce el otro, por lo que gráficamente se representan por rectas.

Gráfico 1. Respuestas óptimas de cada empresa



El equilibrio se puede interpretar como la intersección de las funciones de respuesta óptima, es decir, como respuestas óptimas mutuas, que es la manera de caracterizar cualquier equilibrio Nash.

Como no es obvio cómo surgen las expectativas comunes del equilibrio Nash sobre qué va a hacer cada jugador, Cournot describió que el proceso para llegar al equilibrio es un proceso de tanteo (tâtonnement). Esta idea de tanteo, donde jugadores responden óptimamente a estrategia del período *pasado* del otro jugador (no a la estrategia del período *actual*) supone racionalidad limitada, pero en este caso converge al equilibrio Nash. Este tipo de dinámica de ajuste se estudia en teoría de juegos evolutiva, que supone jugadores con racionalidad limitada (no calculan lo que el otro jugador hace en este período, sino que es respuesta óptima a lo que se hizo en período anterior).

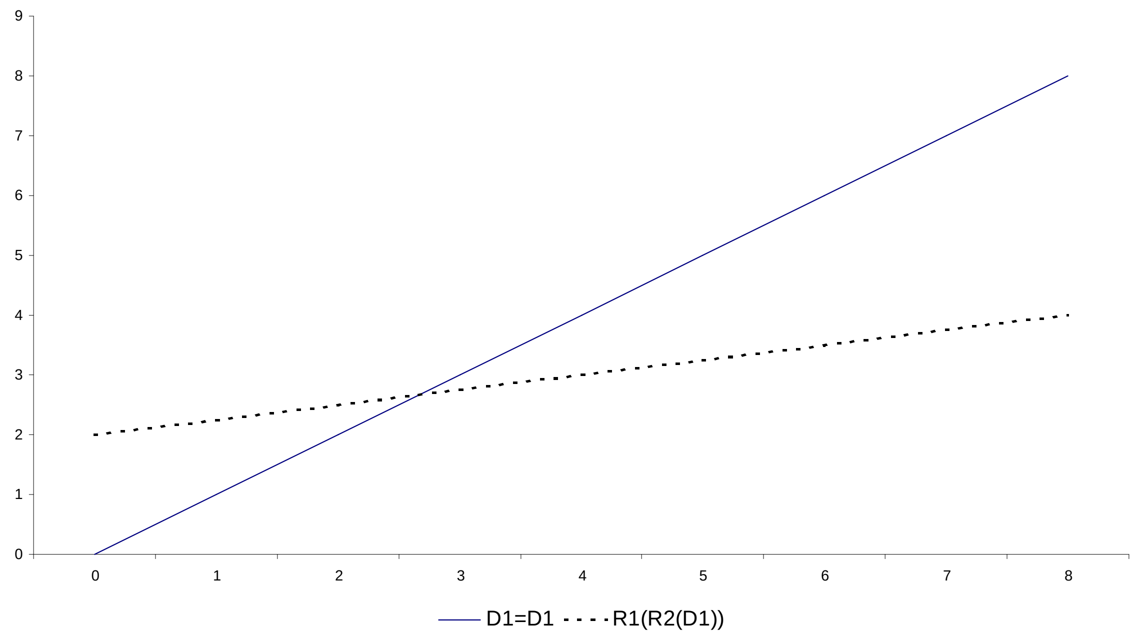
D. La perspectiva de Nash

Hay otra manera de representar gráficamente el equilibrio de este modelo que lo lleva a ver como un punto fijo, que es la perspectiva que adoptó Nash cuando discutió este problema. Veamos esto gráficamente, tomando en cuenta que $D_1 = R_1(D_2)$ y $D_2 = R_2(D_1)$. Partiendo de un punto arbitrario D_1, se puede ver la respuesta óptima del jugador 2, y la respuesta óptima del jugador 1 a la respuesta óptima del jugador 2:

$$D_1 = R_1(D_2) = R_1(R_2(D_1)) = \frac{1}{2}\left(a - \frac{a - D_1 - c}{2} - c \right) = \frac{a-c}{4} + \frac{D_1}{4} \quad .$$

Esto se puede graficar.

Gráfico 2. Respuesta óptima de empresa 1 a respuesta óptima de empresa 2



Cuando esta función de respuesta óptima de 1 a la respuesta óptima de 2 intersecta la recta de 45 grados, estamos en un punto fijo: el punto de partida inicial de 1 coincide con la respuesta óptima de 1 a lo que hace 2.

II. Caso general

Cournot también planteó el caso cuando *n* crece indefinidamente, lo que llamó concurrencia indefinida, o competencia perfecta en el uso actual. Si tenemos que la producción de mercado

$$D = \sum_{i=1}^{n} D_i = D_i + \sum_{j \neq i} D_j \ ,$$

y que por simetría todas las otras firmas producen lo mismo (ya que enfrentan la misma demanda y tienen costos marginales iguales),

$D = D_i + (n-1)D_{-i}$, tenemos que

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c = D_i \left(a - \left(D_i + (n-1)D_{-i} \right) - c \right).$$

La condición de primer orden nos lleva a que:

$$D_i = \frac{a-(n-1)D_{-i} - c}{2} \quad .$$

Si tomamos en cuenta que en equilibrio $D_i = D_{-i}$, entonces

$$D_i = \frac{a-c}{n+1}$$

Esto quiere decir que la producción total está dada por $D = nD_i$,

por lo que el precio de mercado es

$$p = a - D = a - n\frac{a-c}{n+1}.$$

Con muchas empresas, para *n* aumentando sin límite, se tiene que

$$p = a - a + c = c \, .$$

Es decir, de Cournot se deriva principio de que en competencia perfecta el precio iguala al costo marginal. Cournot modela la competencia perfecta como el límite de un juego con muchas empresas.