Historia del pensamiento económico **Jorge M. Streb**

Clase 13 **5 de noviembre de 2010**

Temas

1. Teoría de la utilidad esperada
2. Experimento de mercado: demanda, oferta y eficiencia
3. Davis y Holt sobre economía experimental

Desarrollo

1. Teoría de la utilidad esperada

Estas notas se apoyan en el capítulo 2 de Davis y Holt, que presenta una discusión informal de este tema. Davis y Holt, en su sección 2.4, tratan la maximización de la utilidad esperada y la aversión al riesgo. También hay unas notas en la web, en el sitio de "History of economic thought website" http://homepage.newschool.edu/het//home.htm, en el ensayo sobre "Uncertainy, information and games".

A. Paradoja de San Petesburgo

Históricamente, el tema aparece a principios del siglo XVIII con Daniel Bernoulli, que resuelve en 1738 la paradoja de San Petesburgo propuesta en 1713 por Nicolás Bernoulli, otro matemático y primo suyo. Esta lotería da un premio de:

- 2 rublos con probabilidad ½;
- de 4 rublos con probabilidad de ¼;
- o sea, que hay premios de 2^n rublos con probabilidad $(1/2)^n$, para $n = 1,2,3,...,N$.

Por tanto, la suma (el valor esperado) es N si hay N vueltas. Si N tiende a infinito, el valor esperado también. Sin embargo, nadie estaba dispuesto a pagar mucho por esta lotería.

La clave de la solución es que no se puede explicar el comportamiento respecto a esta lotería por su valor esperado, que es infinito. Lo que propone Bernoulli es que a los individuos no les interesa el premio x, sino la utilidad del premio $U(x)$. Si la distribución de probabilidad es discreta, mientras que el valor esperado está dado por

$$\mathrm{E}[x] = \sum px_i ,$$

la utilidad esperada está dada por:

$$\mathrm{E}[U(x)] = \sum p_i U(x_i) .$$

Bernoulli propuso en particular una utilidad logarítmica, que es cóncava y lleva a una utilidad marginal decreciente del ingreso:

$$U(x) = \ln x \quad \Rightarrow \quad \mathrm{E}[U(x)] = \mathrm{E}[\ln x] = \Sigma p_i \ln x_i .$$

Como demostró Bernoulli para el caso de la paradoja de San Petesburgo, el individuo no va a estar dispuesto apostar mucho en este caso. Sin embargo, la función de utilidad logarítmica no alcanza para explicar por qué no se acepta apostar mucho por otras loterías que tienen también un valor esperado infinito, por ejemplo, ganar 2 pesos con probabilidad ½ o ganar 2^n pesos con probabilidad ½. Para eso hace falta introducir una característica adicional, que la función de utilidad es acotada, a lo que volvemos enseguida.

B. Actitudes frente al riesgo y utilidad del ingreso

La idea de concavidad de la función de utilidad, con una derivada segunda de la función de utilidad negativa, fue incorporada en la revolución marginalista de 1870 como utilidad marginal decreciente de un bien, y luego como utilidad marginal decreciente del ingreso (esto último llevó a argumentos para la redistribución del ingreso). Estas discusiones fueron abandonadas con el enfoque ordinal de la utilidad, que no permite hacer comparaciones interpersonales de utilidad.

La idea más amplia de utilidad esperada tuvo que esperar otros tres cuartos de siglo para ser incorporada a la economía, lo que sucede a partir de la obra de 1944 de von Neumann y Morgenstern sobre teoría de juegos. La utilidad propuesta por Bernoulli fue axiomatizada por von Neumann y Morgenstern, por lo que la teoría de utilidad esperada se suele llamar utilidad de von Neumann y Morgenstern. Tiene ciertas de las propiedades de la utilidad cardinal, como por ejemplo una derivada segunda con un signo definido. El signo de esta derivada segunda puede ser nulo (indiferencia al riesgo), negativo (aversión al riesgo) o positivo (propensión al riesgo). La diferencia con la utilidad cardinal es que no hay comparabilidad interpersonal de utilidades, ya que cada escala es arbitraria dado que cualquier transformación lineal también es una representación de las mismas preferencias.

Indiferencia al riesgo

El valor esperado y la utilidad esperada de una lotería llevan a resultados similares cuando hay indiferencia al riesgo. El caso de indiferencia al riesgo se puede representar por una utilidad lineal en el ingreso:

$$U(x) = x \quad \Rightarrow \quad \mathrm{E}[U(x)] = \mathrm{E}[x].$$

Es decir, si una lotería tiene mayor valor esperada que otra, una persona indiferente al riesgo va a preferir la lotería con mayor valor esperado. Por tanto, maximizar la utilidad es lo mismo que maximizar el valor esperado. Uno puede esperar que las preferencias van a ser lineales para apuestas “chicas”.

Aversión o preferencia por el riesgo

Si la utilidad es cóncava y tiene derivada segunda negativa, va a implicar aversión al riesgo. Una consecuencia es que la utilidad esperada de un premio va a ser menor que la utilidad de la esperanza del premio. El ranking según valor esperado y utilidad esperada pueden diferir una vez que hay aversión al riesgo.

Como no siempre evitamos las apuestas, Friedman y Savage critican la formulación de Bernoulli de utilidad marginal del ingreso decreciente en un artítulo de 1948, planteando en cambio una función de utilidad con un segmento convexo (con preferencia al riesgo) y otro cóncavo (con aversión al riesgo).

Si la función de utilidad está acotada abajo y arriba, una consecuencia que plantean Blackwell y Girshick en 1954 es que la utilidad primero va a tener un tramo convexo y luego un segmento cóncavo. Un ejemplo de esa forma de curva es la curva logística.

C. Transformaciones lineales crecientes

Cualquier transformación lineal creciente de la utilidad de von Neumann y Morgenstern va a representar las mismas preferencias, con $a > 0$, $b \in R$:

$$U'(x) = aU(x) + b \quad \Rightarrow \quad U(x) \geq U(y) \Leftrightarrow U'(x) \geq U'(y).$$

Además, estas transformaciones también conservan el mismo ordenamiento de preferencias bajo incertidumbre:

$$\mathrm{E}[U(x)] \geq \mathrm{E}[U(y)] \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{E}[U'(x)] \geq \mathrm{E}[U'(y)].$$

No se puede someter la utilidad esperada a cualquier transformación creciente, sino tiene que ser una transformación lineal creciente, donde se puede multiplicar la utilidad por un factor positivo y sumar una constante que puede ser negativa. Esto se diferencia de la utilidad ordinal donde es válida cualquier transformación creciente.

D. Derivación de la utilidad esperada usando los axiomas de von Neumann y Morgenstern

Aplicación de los axiomas para ordenar loterías

Lo que mostraron von Neumann y Morgenstern es que la utilidad esperada se podía derivar de una serie de axiomas simples. Vamos a seguir básicamente la discusión en el apéndice 3 del capítulo 2 de Davis y Holt sobre este tema, donde usan los mismos seis axiomas que Tversky y Kahneman mencionan:

(i) *axioma de cancelación* (Davis y Holt usan el *axioma de substitución*, que es equivalente);

(ii) *axioma de transitividad*;

(iii) *axioma de dominancia* (Davis y Holt toman el *axioma de monotonicidad*, dado el carácter monetario de los premios que estudian);

(iv) *axioma de invariancia a diferentes representaciones* (Davis y Holt usan un caso particular, el *axioma de reducción de lotería compuestas*);

(v) *axioma de comparabilidad* ;

(vi) *axioma de continuidad*.

El axiomas (ii) es básico a todos los ordenamientos de preferencias (por ejemplo, las teorías de utilidad ordinal que reemplazaron a las teorías de utilidad cardinal).

El axioma más específico de la teoría de utilidad esperado es el axioma (i). Sus violaciones a partir de las paradojas de Allais han llevado a formular teorías alternativas para representar preferencias bajo incertidumbre. Tversky y Kahneman (1986) piensan que estas teorías más complicadas no valen la pena, ya que igual no solucionan las violaciones experimentales a los axiomas (iii) y (iv). El axioma (iii) es la base de la racionalidad, el principio estructurador de la economía en Adam Smith (y que viene de mucho antes). El axioma (iv) es tan básico que en general está implícito. Violarlos a cualquiera de los dos implica, para Tversky y Kahnemann, que el decisor se equivocó. Como en sus experimentos encuentran justamente eso, la consecuencia que sacan es que como decisores no somos perfectos.

Para las decisiones que discutimos la semana pasada (problemas 9, 10 y 11 en Tversky y Kahnemann 1986), los premios son monetarios. Dado el carácter monetario de los premios, como existe una preferencia por más plata en lugar de menos, se cumple trivialmente el axioma (ii) de *transitividad.* Lo mismo pasa con el axioma (v) de *comparabilidad*, por lo que las preferencias son completas y están definidas sobre todos los premios.

El axioma (vi), de *continuidad,* es el primero que tiene una consecuencia no trivial. Implica que si hay tres premios x_1, x_2, x_3, tal que se cumple $x_1 < x_2 < x_3$, entonces es posible encontrar una probabilidad v tal que el individuo está indiferente entre el premio intermedio y una lotería que consiste del premio menor y mayor:

$$x_2 \sim (v \text{ de } x_1, (1 - v) \text{ de } x_3)$$

Por el axioma (i) de *cancelación*, si hay dos loterías que sólo difieren en los resultados de una de las opciones, mientras que los restantes opciones dan iguales resultados, podemos concentrarnos sólo en la opción que difiere, simplificando las loterías al eliminar aquellas alternativas que dan los mismos resultados. El *axioma de cancelación* se llama también *axioma de independencia,* o *axioma de independencia de alternativas irrelevantes,* como hicieron von Neumann y Morgenstern. Por este axioma podemos ir en sentido inverso, que es la manera en que Davis y Holt lo usan con el *axioma de substitución*.

Por el *axioma de substitución,* si estamos indiferentes entre dos opciones x e y, también vamos a estar indiferentes entre dos loterías que sólo difieran en esas dos opciones, y si preferimos la opción x a y, vamos a preferir la lotería que contiene x a otra que contiene la opción y si no difiere en el resto de los resultados posibles:

$$x \succsim y \quad \Leftrightarrow \quad (p_1 \text{ de } x_1, p_2 \text{ de } x, p_3 \text{ de } x_3) \succsim (p_1 \text{ de } x_1, p_2 \text{ de } y, p_3 \text{ de } x_3)$$

El *axioma de substitución* permite en particular reemplazar en una lotería x dada cualquier premio intermedio $x_i \in (x_1, x_3)$ por una lotería en términos de x_1 y x_3, ya que si el premio x_2 es indiferente a la lotería $(\nu \text{ de } x_1, (1-\nu) \text{ de } x_3)$, entonces

$$(p_1 \text{ de } x_1, p_2 \text{ de } x_2, p_3 \text{ de } x_3) \sim (p_1 \text{ de } x_1, p_2 \text{ de } (\nu \text{ de } x_1, (1-\nu) \text{ de } x_3), p_3 \text{ de } x_3),$$

así que, sin pérdida de generalidad, todas las loterías se pueden reducir a loterías que solo constan del premio menor y mayor.

El axioma (iv) de *invariancia a diferentes representaciones* cubre el *axioma de reducción de loterías compuestas* usado en Davis y Holt. Por este axioma, una lotería compuesta de otras loterías se puede simplificar en términos de la probabilidad final de los distintos premios subyacentes. Para el caso recién descrito de la lotería x, tenemos que

$$(p_1 \text{ de } x_1, p_2 \text{ de } x_2, p_3 \text{ de } x_3) \sim ([p_1 + p_2\nu] \text{ de } x_1, [p_2(1-\nu) + p_3] \text{ de } x_3).$$

Podemos simplificar las probabilidades en esta lotería x usando las expresiones siguientes: $\pi_1 = [p_1 + p_2\nu]$, $\pi_3 = [p_2(1-\nu) + p_3] = 1 - \pi_1$.

Finalmente, por el axioma (iii) de *monotonicidad* la lotería $x = (\pi_1 \text{ de } x_1, \pi_3 \text{ de } x_3)$ va a ser preferida a la lotería $y = (\pi_1' \text{ de } y_1, \pi_3' \text{ de } y_3)$ si tiene una mayor probabilidad del premio mayor, es decir, si

$$\pi_3 > \pi_3'.$$

Representación por la función de utilidad esperada

Dada una utilidad $U(x)$, habíamos visto que cualquier transformación lineal creciente $U'(x) = aU(x) + b$, con $a > 0$ y $b \in R$, representa el mismo ordenamiento en términos de utilidad esperada.

Dado que se pueden elegir arbitrariamente las constantes $a > 0$, $b \in R$ en la representación de la utilidad (ya que cualquier transformación lineal creciente representa el mismo ordenamiento de alternativas), si x_1 es el premio menor y x_3 es el mayor, se puede normalizar la función de utilidad de manera que $U'(x_1) = 0$, $U'(x_3) = 1$, para lo que se precisa:

$$a = \frac{1}{U(x_3) - U(x_1)}, \quad b = -\frac{U(x_1)}{U(x_3) - U(x_1)}.$$

Vamos a usar esta normalización en lo que sigue, que implica que

$$U'(x_i) = \frac{U(x_i) - U(x_1)}{U(x_3) - U(x_1)}$$

Con esta normalización, $U(x_1) = 0$, $U(x_3) = 1$, la utilidad esperada de la lotería compuesta x que analizábamos recién se puede expresar como:

$$\mathrm{E}[U(p_1 \text{ de } x_1, p_2 \text{ de } x_2, p_3 \text{ de } x_3)] = p_2(1-v) + p_3.$$

Es decir, para la lotería compuesta la utilidad esperada es igual a la probabilidad del premio mayor.

Vimos que si una lotería x tiene una mayor probabilidad que una lotería y de llegar al premio mayor, va a ser preferida. Es decir, la lotería $x = (q \text{ de } x_1, (1-q) \text{ de } x_3)$ va a ser preferida a la lotería $y = (r \text{ de } x_1, (1-r) \text{ de } x_3)$ si tiene una mayor probabilidad del premio mayor, es decir, si $1-q > 1-r$.

Por la misma normalización $U(x_1)=0$, $U(x_3)=1$, se tiene que la utilidad de cualesquier dos loterías *x* e *y* va a estar dada por:

$$\mathrm{E}[U(x)] = qU(x_1) + (1-q)U(x_3) = 1-q,$$
$$\mathrm{E}[U(y)] = rU(x_1) + (1-r)U(x_3) = 1-r.$$

Por tanto, *x* va a ser asignada un número mayor que *y* por la función de utilidad esperada, que en nuestra normalización es justamente la probabilidad del premio mayor.

En conclusión, si las preferencias sobre loterías cumplen con los seis axiomas de von Neumann y Morgenstern, pueden ser representadas por esta función específica de utilidad esperada. La utilidad esperada de von Neumann y Morgenstern representa perfectamente las preferencias sobre loterías.

E. Violaciones de los axiomas de von Neumann y Morgenstern en los problemas de Tversky y Kahneman

Cuando se comparan los problemas 10 y 11 en Tversky y Kahneman, se trata de las mismas probabilidades finales sobre premios, por lo que por *invariancia* tenemos que las opciones F en 11 y D en 10 tienen que ser indiferentes:

(0,75 de 0 ; 0,25 de (0,80 de 45, 0,20 de 0) indiferente (0,80 de 0 ; 0,20 de 45).

Sin embargo, en los experimentos de Tversky y Kahnemann (aunque casi no en clase, ya que dió muy similar: 3 C versus 13 D, 5 E versus 11 F) hay menos preferencia de C= (0,75 de 0 ; 0,25 de 30) sobre D= (0,80 de 0 ; 0,20 de 45) que de E= (0,75 de 0 ; 0,25 de 30) sobre F = (0,75 de 0 ; 0,25 de (0,80 de 45, 0,20 de 0)). Esto implica decisiones inconsistentes con la teoría de utilidad esperada, ilustrando el punto de Tversky y Kahneman de que diferentes representaciones nos pueden llevar a diferentes decisiones.

Lo que llaman el “efecto seudo-certidumbre” en el problema 11 (porque en la segunda etapa una de las opciones no implica riesgo).

Respecto a su representación por utilidad esperada, tenemos que las opciones D y F implican una utilidad esperada de

$$\mathrm{E}[U(0{,}75 \text{ de } 0\ ;\ 0{,}25 \text{ de } (0{,}80 \text{ de } 45,\ 0{,}20 \text{ de } 0)] = 0{,}80U(0) + 0{,}20U(45).$$

En tanto, las opciones C y E implican una utilidad esperada de

$$\mathrm{E}[U(0{,}75 \text{ de } 0\ ;\ 0{,}25 \text{ de } 30] = 0{,}75U(0) + 0{,}25U(30).$$

Trabajando con la representación de utilidad esperada, si D es preferida a C,

$$0{,}80U(0) + 0{,}20U(45) > 0{,}75U(0) + 0{,}25U(30) \quad \Rightarrow \quad 0{,}20U(0) + 0{,}80U(45) > U(30)\,.$$

En el problema 9, Tversky y Kahneman encuentran que aumenta la preferencia por A respecto a B, comparado con el problema 10 donde se comparan C y D (en clase dio casi lo mismo: 4 A verus 12 B, 3 C versus 13 D). Aquellos que prefieren 30 con certeza a la lotería que daba 45 con una probabilidad del 80% no hicieron lo que haría un decisor con preferencia a la von Neumann-Morgenstern. Esto es el llamado “efecto certeza” que introdujo Allais con su paradoja. La manera en que lo discuten Tversky y Kahneman es como una violación del *axioma de substitución o cancelación*: si en la representación en dos etapas de los problemas 10 y 11 eliminamos el 75% de casos donde no hay ningún premio, nos quedamos con el formato del problema 9:

$$(0{,}75 \text{ de } 0\ ;\ 0{,}25 \text{ de } 30) \succ (0{,}75 \text{ de } 0\ ;\ 0{,}25 \text{ de } (0{,}80 \text{ de } 45,\ 0{,}20 \text{ de } 0)$$
$$\Leftrightarrow \quad (1 \text{ de } 30) \succ (0{,}80 \text{ de } 45,\ 0{,}20 \text{ de } 0).$$

En resumen, la comparación de las respuestas a los problemas 10 y 11 muestran que se viola el *axioma de invariancia a la representación*, que es lo más básico que uno espera de un decisor racional (si es el mismo problema, la descripción no tendría que cambiar la respuesta). La comparación de los problemas 9 y 10 es como fue presentado por vez primera por Allais en 1953 el asunto de decisiones inconsistentes con la teoría de utilidad esperada, e implica específicamente una violación del *axioma de substitución o cancelación,* que es el axioma especial que agregaron von Neumann y Morgenstern.

2. Experimento de mercado: demanda, oferta y eficiencia

En clase hicimos un experimento de mercado en 2 rondas (nos quedamos sin tiempo para la tercera ronda). Queda pendiente la discusión del experimento, para ver qué explicación se puede dar a lo que hicieron.

Para entender bien el experimento de mercado ideado por Vernon Smith para testear el modelo de competencia perfecta, hay que entender como se pueden derivar las curvas de oferta y demanda del gráfico 1.2 de las valuaciones individuales en el cuadro 1.1 del capítulo 1 de Davis y Holt. En el cuadro 1.2, ellos luego contrastan las predicciones de diferentes modelos para estos mismos valores de parámetros.

3. Davis y Holt sobre economía experimental

En las notas que siguen, paso brevemente revista al capítulo 1, del que quiero que miren en particular las secciones 1, 2 y 3.

A. Sección 1

Tradicionalmente las teorías se evaluaron con datos estadísticos provenientes de mercados naturales. Pero los problemas de datos han llevado a evaluar muchas teorías en base a su plausibilidad. También se puede obtener datos económicos a través de experimentos de laboratorio.

B. Sección 2: historia breve

El desarrollo de economía experimental se dió a raíz de tres tipos de experimentos:
(i) experimentos de mercado, a partir de ideas de Edward Chamberlin en 1948, modificadas y testeadas por Vernon Smith en los ’60;
(ii) experimentos de situaciones de teoría de juegos a partir del dilema del prisionero de Tucker de 1950 (ya visto en clase con juego duopolio de Holt);
(iii) experimentos de toma de decisión individual donde solo hay incertidumbre exógena, a partir del estudio de los axiomas de teoría utilidad esperada y de paradojas como la de Allais (también ya visto en clase con problemas de Tversky y Kahnemann).

C. Sección 3: experimento de mercado

El típico experimento de mercado es la subasta doble (tanto vendedores como compradores pueden proponer precios) que se realiza en forma oral (cualquiera puede anunciar en voz alta sus precios).

En un típico experimento de mercado hay:
-múltiples vendedores y compradores;
-dos unidades cada uno;
-negociación descentralizada;
-todos pueden proponer precios;
-después de cada período de mercado, se revelan los precios negociados en cada transacción;
-luego, se abre una nueva ronda, haciéndose en forma sucesiva varios períodos de mercado.

Se puede calcular la eficiencia del mercado y contrastar las predicciones del modelo de competencia perfecta con los de otras organizaciones de mercado. Esto se puede ver en los gráficos del capítulo.

Se ha encontrado que la subasta doble oral es una institución que replica el comportamiento del mercado competitivo una vez que hay un número suficiente de vendedores y compradores de cada lado (por ejemplo, cinco compradores y cinco vendedores).

D. Sección 4: pros y contras del método experimental

Este método tiene la ventaja de la replicabilidad, ya que otros puedan hacer el mismo experimento. Se puede controlar mejor las condiciones: esto es sobre todo ventajoso para evaluar modelos de teoría de juegos que varían sutilmente.

Tampoco hay mucho control sobre mercados naturales: es muy difícil evaluar eficiencia, ya que no se conocen costos marginales y menos las valuaciones de consumidores, y hay que suponer si mercados están en equilibrio o no.

Una contra a los experimentos es que decisores económicos pueden ser más sofisticados que estudiantes de grado. Los resultados pueden variar con experiencia de los que hacen el experimento (puede ser apropiado usar grupos especiales en ocasiones).

Hay que resaltar que es difícil conseguir información sobre preferencias individuales vía los experimentos (es más fácil realizar experimentos con preferencias inducidas, por ejemplo compradores que tienen una valuación dada por el experimentador y se quedan con la diferencia entre valuación y precio de compra).

E. Sección 5: tipos de experimentos

La economía experimental se puede usar para:

- contrastar empíricamente teorías e hipótesis sobre comportamiento;
- evaluar la sensibilidad de las teorías a la violación de diferentes supuestos o restricciones;
- buscar regularidades empíricas.