

Temas

1. Experimento de mercado: discusión
2. Análisis en torno a Cournot (1838), capítulos 4, 6, 7 y 8.
3. Texto de von Neumann y Morgenstern sobre enfoque de teoría de juegos
4. Comparación de textos

1. Experimento de mercado: discusión

A. Resultados

Objetivos de los jugadores: no es lo mismo (i) ganar lo máximo posible (principio de maximización de beneficios, que se sigue de idea de interés propio) que (ii) ganarle al otro (esto es un comportamiento “rivalístico” que se aplica en las competencias deportivas). La consigna era (i), pero de hecho Holt observó algunos comportamientos compatibles con (ii).

Aplicando el criterio (i), surge que hay jugadas donde se pierde, o se gana menos siempre: esto tiene el nombre de “estrategias estrictamente dominadas”. Puede haber otras estrategias que a veces empatan, pero si no son peores: son las “estrategias débilmente dominadas”.

Haciendo un histograma de las rondas, el valor mediano en las rondas 1 y 2 fue 9, mientras que el valor modal fue 10 en la ronda 1 y 9 en la ronda 2. Hubo 25/28 de las jugadas (un 90%) que cayeron en el rango [4,10], que es el rango que jugarían jugadores racionales, es decir, jugadores que no juegan estrategias estrictamente dominadas. Si se aplica el criterio iterativamente, eliminando aquellas jugadas que están estrictamente dominadas en el juego reducido, sólo quedan las jugadas en el rango [6,10]: de hecho, 22/28, es decir, el 80%, cayeron en ese rango.

Eliminamos la ronda 3 del análisis, ya que las jugadas tuvieron a 12 como valor modal (un valor que queda completamente fuera del rango racional).

B. Precisiones de teoría de juegos

Definición “estrategia estrictamente dominada”: la estrategia q está estrictamente dominada por q' si q siempre da un pago menor que q' (es decir, siempre es peor, no importa lo que haga el otro jugador)

Definición “estrategia débilmente dominada”: la estrategia q está débilmente dominada por q' si q siempre da pago menor o igual que q' .

Definición “equilibrio Nash (en estrategias puras)”: estrategias (q_1, q_2) tal que cada jugador maximiza sus pagos, dado lo que hace el otro (son respuestas óptimas mutuas). Ningún jugador tiene un incentivo para desviarse unilateralmente.

C. Aplicación al experimento

En este juego, hay cinco equilibrios Nash: $\{(6,10), (7,9), (8,8), (9,7), (10,6)\}$. De estos cinco equilibrios, hay uno sólo que no implica estrategias débilmente dominadas: es $(8,8)$, que es un equilibrio Nash que resiste las sacudidas (“trembling-hand perfect equilibrium”), es decir, pequeños errores del otro jugador. En cambio, en todos los otros equilibrios Nash, si se introduce una probabilidad infinitesimal de que el otro jugador no juegue la estrategia de equilibrio, sino alguna otra estrategia en el rango $[6,10]$, van a tener un incentivo para desviarse.

El equilibrio Nash involucra (i) racionalidad de jugadores (no jugar estrategias estrictamente dominadas) y (ii) expectativas consistentes (“expectativas racionales”: todos esperan que se juegue ciertas estrategias en el equilibrio dado). Es decir, el equilibrio Nash, además del supuesto racionalidad, impone una fuerte restricción sobre las expectativas. Se pueden jugar estrategias débilmente dominadas en equilibrio Nash, ya que para una estrategia dada del otro jugador (que se espera suceda con probabilidad uno), una estrategia débilmente dominada puede empatar a las otras.

El equilibrio Nash es llamado también equilibrio Cournot-Nash, dado que Cournot fue el primero en plantearlo para el caso particular del duopolio. El equilibrio Nash implica la racionalidad individual, no la racionalidad colectiva: puede no ser óptimo Pareto. Un ejemplo está en el juego de Holt, que desarrolla el duopolio de Cournot, cuando lo reducimos a otro juego donde cada jugador tiene que optar entre las estrategias 6 y 8.

Cournot además planteó como se podía llegar al equilibrio (la parte ii del equilibrio, formación de expectativas consistentes) vía un proceso de tanteos o “tâtonnement”: esta idea es desarrollada por la teoría de juegos evolutiva (es la dinámica de mejor respuesta, o “best-response dynamics”, donde cada jugador optimiza respecto a las acciones pasadas de los otros jugadores, dándole un carácter adaptativo al juego) y parece representar como se juega en algunos contextos experimentales.

2. Análisis en torno a Cournot (1838), capítulos 4, 6, 7 y 8.

Ahora vamos a ver un caso particular de las ecuaciones de Cournot que están detrás del experimento de Holt, usando curvas de demanda lineales en el precio.

A. Demanda de mercado

Suponemos que el precio de mercado

$$p = f(D)$$

toma la forma simple

$$p = a - D = a - (D_1 + D_2).$$

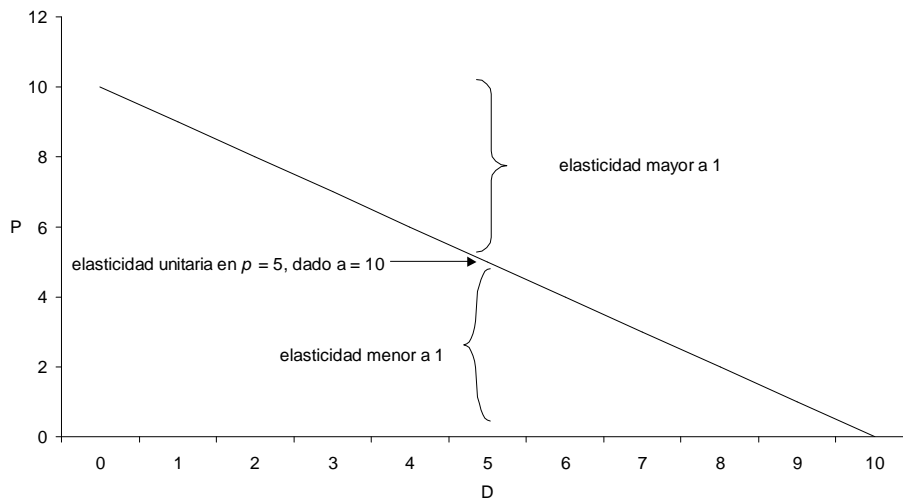
Es decir, el precio igual una constante menos la suma de producción de las dos firmas (en el caso general, van a ser n firmas: $D = \sum_{j=1}^n D_j = D_i + \sum_{j \neq i} D_j$). Cournot tiene un enfoque más general en su capítulo 4, ya que sólo supone que hay una relación inversa (negativa) entre precio y cantidad.

Esta formulación lineal implica que la elasticidad precio de la demanda de mercado varía a lo largo de la curva:

$$\eta_{p,D} \equiv -\frac{dD}{dp} \frac{p}{D} = 1 - \frac{p}{a-p},$$

por lo que la elasticidad es uno cuando $p = a - p$, es decir cuando $p = a/2$. Para $p < a/2$, la elasticidad es menor a 1, mientras que para $p > a/2$ la elasticidad es mayor a 1.

Gráfico 1. Curva de demanda de mercado



Cabe aclarar que Cournot usó el concepto de elasticidad, aunque no le puso nombre: dice que una empresa monopólica siempre va a querer subir el precio si está en lo que corresponde de hecho al tramo inelástico de la curva de demanda. Según argumenta en el capítulo 5 sobre monopolio. si los costos de producción marginales son nulos, elige como óptimo el punto de elasticidad unitaria, ya que maximiza el ingreso (que iguala los beneficios en este contexto de costos de producción nulos).

B. Funciones de beneficio o ingresos netos

Dada la función de beneficios de cada empresa i , para $i=1,2$,

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c ,$$

donde se supone que hay un costo marginal constante de c para producir (en lugar de 0, como en el capítulo 7 de Cournot), y reemplazando por el precio de mercado, se tiene que

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c = D_i (a - (D_i + D_{-i}) - c).$$

C. Caso del duopolio

La perspectiva de Cournot

Para el caso de monopolio, la variable de decisión que considera Cournot es el precio (aunque en un contexto determinista, da lo mismo decidir precio que cantidad). En cambio, una vez que considera más de una empresa, pasa a tomar como variable de decisión a la cantidad de producción. Bertrand lo va a criticar duramente por eso (el resultado de Bertrand, si se decide precios, es que con dos o más empresas el precio va a terminar en el nivel competitivo).

Uno puede reconocer que la variable de decisión de las empresas es típicamente el precio, excepto en el caso límite de un sistema perfectamente competitivo donde cada oferente es precio-aceptante, ya que el precio lo determina el mercado, y puede ofrecer todo lo que quiere a ese precio (la curva de demanda que enfrenta cada empresa es horizontal). Sin embargo, justamente la interpretación que Ivan Png da del modelo de Cournot es que lo que es difícil de ajustar en el corto plazo es el nivel de producción; en cambio, en Cournot el oferente implícitamente puede adecuar inmediatamente sus precios a los precios de la competencia para no quedar fuera del mercado, dado que es un bien perfectamente homogéneo desde el punto de vista de los demandantes (tiene que haber cierta diferenciación de productos para que aparezca poder de mercado). En cambio, el modelo de Bertrand supone que una vez que puso el precio, la empresa no lo puede ajustar frente al precio de la competencia, así que queda fuera del mercado el que tiene un

costo más alto (por eso, Png considera que el modelo de Bertrand sirve para modelar una licitación, donde el postor que ofrece el menor precio se queda con todo, en cambio la cantidad generalmente no es una limitación para los oferentes).

Por tanto, cuando cada empresa maximiza sus beneficios, reconoce que son una función de la producción de ambas firmas,

$$\pi_i = \pi_i(D_i, D_{-i}) .$$

La condición de primer orden, maximizando con respecto a su propio nivel de producción D_i y tomando como dada la producción D_{-i} de la otra firma, es

$$D_i = \frac{a - D_{-i} - c}{2} .$$

La condición de segundo orden se cumple, ya que la derivada segunda es $-2 < 0$.

Cournot planteó una solución gráfica donde se intersectaban las curvas de ambas empresas, que en terminología moderna son las funciones de respuesta óptima:

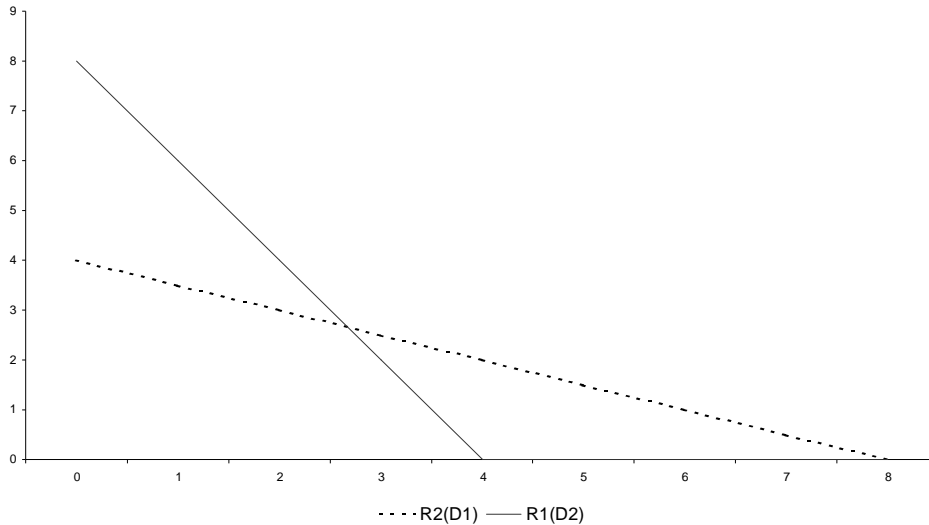
$$\begin{aligned} D_1 = R_1(D_2) &\Rightarrow D_1 = \frac{a - D_2 - c}{2} , \\ D_2 = R_2(D_1) &\Rightarrow D_2 = \frac{a - D_1 - c}{2} . \end{aligned}$$

Resolviendo este sistema lineal simple, la solución de equilibrio es $D_1 = D_2 = (a - c) / 3$.

Esto se puede graficar al modo de Cournot en el gráfico 2, donde la intersección corresponde al equilibrio Nash, o equilibrio Cournot-Nash, ya que Cournot planteó y resolvió un ejemplo concreto primero. En el eje de las abscisas se presenta la cantidad D_1 , mientras que el eje de las ordenadas se representa la cantidad D_2 . Las funciones de respuesta óptima son lineales en la cantidad que produce el otro, por lo que gráficamente se representan por rectas.

El equilibrio se puede interpretar como la intersección de las funciones de respuesta óptima, es decir, como respuestas óptimas mutuas, que es la manera de caracterizar cualquier equilibrio Nash.

Gráfico 2. Respuestas óptimas de cada empresa



La duda actual es como llegar a un equilibrio Nash, es decir, de dónde salen las expectativas consistentes que corresponden a la intersección de las dos funciones de respuesta óptima, donde ambas empresas están optimizando mutuamente y esperan que la otra lo haga también. Como no es obvio como surgen las expectativas comunes del equilibrio Cournot-Nash sobre qué va a hacer cada jugador, Cournot describió que el proceso para llegar al equilibrio, y para que las expectativas se correspondan a estrategias de equilibrio, es un proceso de tanteo (*tâtonnement*). Esta idea de tanteo, donde los jugadores responden óptimamente a la estrategia pasada del otro jugador (no a la estrategia actual), supone racionalidad limitada, pero en este caso converge al equilibrio Nash. Este tipo de dinámica de ajuste fue adoptado por la teoría de juegos evolutiva, que estudia la conducta de agentes limitadamente racionales, que no calculan lo que el otro jugador hace, sino que eligen respuesta óptima a lo que hizo en el período anterior, para estudiar las estrategias evolutivamente estables (donde a veces sólo algunas de las estrategias de los equilibrios Nash resultan ser evolutivamente estables).

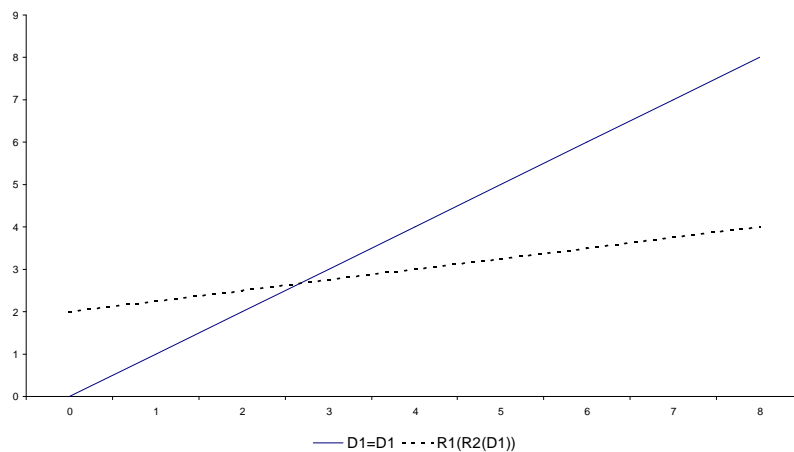
La perspectiva de Nash

Hay otra manera de representar gráficamente el equilibrio de este modelo que lo lleva a ver como un punto fijo, que es la perspectiva que adoptó Nash cuando discutió este problema. Veamos esto gráficamente, dado que $D_1 = R_1(D_2)$ y $D_2 = R_2(D_1)$. Partiendo de un punto arbitrario D_1 , se puede ver la respuesta óptima del jugador 2, y la respuesta óptima del jugador 1 a la respuesta óptima del jugador 2:

$$D_1 = R_1(D_2) = R_1(R_2(D_1)) = \frac{1}{2} \left(a - \frac{a - D_1 - c}{2} - c \right) = \frac{a - c}{4} + \frac{D_1}{4} .$$

Esto se puede graficar como sigue:

Gráfico 3. Respuesta óptima de empresa 1 a respuesta óptima de empresa 2



Cuando esta función de respuesta óptima de 1 a la respuesta óptima de 2 intersecta la recta de 45 grados, es un punto fijo: el punto de partida inicial de 1 coincide con la respuesta óptima de 1 a lo que hace 2. Nash usó esta idea de punto fijo para demostrar la existencia de un equilibrio cuando se admiten estrategias mixtas.

D. Caso general de Cournot

Cournot también planteó el caso cuando n crece indefinidamente, lo que llamó concurrencia indefinida en su capítulo 8, o competencia perfecta en el uso actual. Si tenemos que la producción de mercado

$$D = \sum_{j=1}^n D_j = D_i + \sum_{j \neq i} D_j ,$$

y que por simetría todas las otras firmas producen lo mismo (ya que enfrentan la misma demanda y tienen costos marginales iguales), $D = D_i + (n-1)D_{-i}$, tenemos que

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c = D_i (a - (D_i + (n-1)D_{-i}) - c) .$$

La condición de primer orden nos lleva a que:

$$D_i = \frac{a - (n-1)D_{-i} - c}{2} .$$

Si tomamos en cuenta que en equilibrio $D_i = D_{-i}$, entonces

$$D_i = \frac{a - c}{n+1} .$$

Como la producción total está dada por $D = nD_i$, el precio de mercado es

$$p = a - D = a - n \frac{a - c}{n+1} .$$

Con muchas empresas, para n aumentando sin límite, se tiene que

$$p = a - a + c = c .$$

Es decir, de Cournot se deriva el principio de que en competencia perfecta el precio iguala al costo marginal. Cournot modela la competencia perfecta como el límite de un juego con muchas empresas.

3. Texto de von Neumann y Morgenstern sobre enfoque de teoría de juegos

Este pasaje es de su libro sobre *Teoría de juegos y comportamiento económico*.

El enfoque de mercado es que el consumidor maximiza utilidad, el empresario beneficios. Se dice que maximizar es actuar racionalmente, pero esto depende de conocimiento y entendimiento de cursos de acción que tiene abiertos el decisor.

Caso Robinson Crusoe: es un problema de máximo (condicionado) común cuyas variables controla el decisor. Pero el problema del participante en economía social es diferente: conseguir máximo de algo que no se controla. No se trata en matemática clásica: si intereses no son paralelos, no es problema simple de máximo, sino de juegos de estrategia.

La interdependencia de acciones es reconocida en los problemas clásicos de duopolio y oligopolio, por el lado de la oferta. Del lado de la demanda se suponen muchos demandantes, por lo que no hay comportamiento estratégico.

Cuando hay grandes números se toma la competencia como límite: pero hay que tener cuidado de que no se formen coaliciones de un pequeño número de jugadores. La escuela de Lausanne (es decir, la teoría de equilibrio general desarrollado por Walras) que supone que no se forman coaliciones tiene que ser verificada.

3. Comparación de textos

Se compara un pasaje de David Ricardo, *Principles of political economy and taxation*, capítulo 7 (comercio exterior) con Adam Smith, capítulo 1 (división del trabajo) del libro I de *Riqueza de naciones*.

Preguntas:

- (i) ¿Cuál es el punto central del argumento de Ricardo?
- (ii) ¿Lo que dice Smith tiene alguna relación con Ricardo?

(iii) ¿Son diferentes los enfoques de estos autores? La diferencia se refiere al estilo, como lo que dice Galenson de autores más experimentales o más conceptuales.

La discusión queda para la clase que viene.