Historia del pensamiento económico **Jorge M. Streb**

Clase 15 **11 de noviembre de 2016**

Temas

1. Funciones de respuesta óptima en el duopolio de Cournot
2. Relación entre Nash y Cournot

Desarrollo

1. Funciones de respuesta óptima en el duopolio de Cournot

A. Demanda de mercado

Ahora vamos a ver un caso particular de las ecuaciones de Cournot usando curvas de demanda lineales en el precio. Suponemos que el precio de mercado

$$p = f(D)$$

toma la forma simple

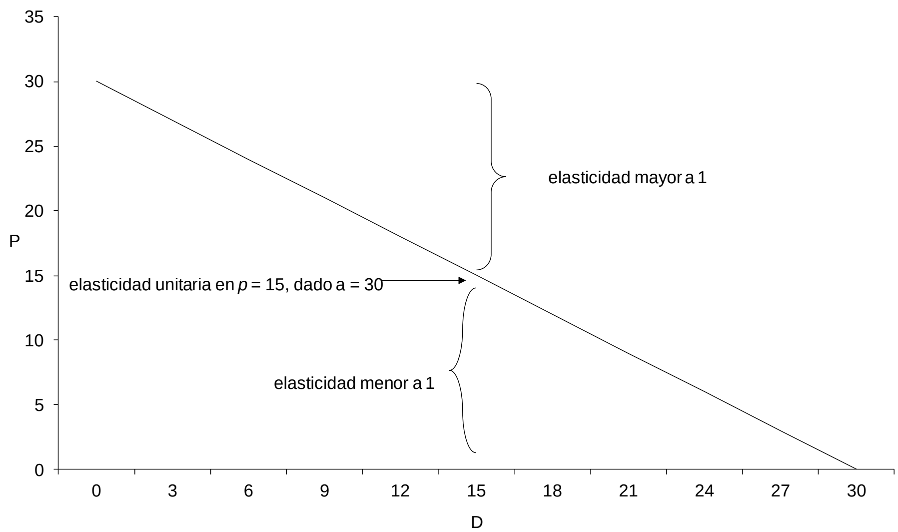
$$p = a - D = a - (D_1 + D_2)\,.$$

Es decir, el precio es igual una constante menos la suma de producción de las dos firmas (en el caso general, van a ser n firmas: $D = \sum_{j=1}^{n} D_j = D_i + \sum_{j \neq i} D_j$). Esta formulación lineal implica que la elasticidad precio de la demanda de mercado varía a lo largo de la curva:

$$\eta_{p,D} \equiv -\frac{dD}{dp}\frac{p}{D} = 1\frac{p}{a-p}\,,$$

por lo que la elasticidad es uno cuando $p = a - p$, es decir cuando $p = a/2$. Para $p < a/2$, la elasticidad es menor a 1, mientras que para $p > a/2$ la elasticidad es mayor a 1. Esto se representa en el gráfico abajo donde la cantidad está en las abscisas y el precio en las ordenadas, con $a = 30$.

Gráfico 1. Curva de demanda de mercado



Cournot tiene un enfoque más general en su capítulo 4, ya que sólo supone que hay una relación inversa entre precio y cantidad.

B. Monopolio

Aunque Cournot usó el concepto de elasticidad, no le puso nombre: dice que una empresa monopólica siempre va a querer subir el precio si está en lo que corresponde de hecho al tramo inelástico de la curva de demanda. Según argumenta en el capítulo 5 sobre monopolio, si los costos de producción marginales son nulos, elige como óptimo lo que corresponde para nosotros al punto de elasticidad unitaria, ya que es el que maximiza el ingreso (que iguala los beneficios en este contexto de costos de producción nulos).

C. Duopolio

Cantidad como variable de decisión

Para el caso de monopolio, la variable de decisión que considera Augustin Cournot es el precio. En un contexto determinista da lo mismo a nivel formal decidir precio que cantidad: a un precio en la curva de demanda corresponde una cantidad demandanda y viceversa, por lo que se sigue el mismo resultado. Una vez que considera más de una empresa, Cournot pasa en cambio a tomar como variable de decisión a la cantidad de producción.

Joseph Bertrand lo va a criticar duramente por este cambio en un artículo de 1883, ya que dice que las firmas de hecho fijan precios, no cantidades. Luego sugiere que si una firma tiene el precio fijo, la competidora va a tener un incentivo a reducir el precio y quedarse con todo el mercado. Luego Irving Fisher saca la conclusión de que, con dos o más empresas, el precio va a terminar en el nivel competitivo (esto luego se va a llamar modelo de Bertrand, aunque el que propuso eso fue de hecho Fisher en 1897, ver Jean Magnan de Bornier 1992 sobre el debate entre Cournot y Bertrand).

Uno puede reconocer que empíricamente la variable de decisión de las empresas es típicamente el precio. Sin embargo, Magnan de Bornier muestra que el planteo de Cournot no contradice esto. En el caso de duopolio, el oferente maximiza la demanda residual que enfrenta, tomando como dada la producción del rival: como en el caso del monopolio, se puede maximizar tanto respecto a precio como a cantidad. Magnan de Bornier sugiere que usa cantidades por una cuestión diagramática, para poder representar las curvas de respuesta óptima de ambos productores cuando no se toma en cuenta la reacción del otro productor. Cuando cada empresa maximiza sus beneficios, Cournot plantea entonces que son una función de la producción de ambas firmas:

$$\pi_i = \pi_i(D_i, D_{-i}) \,.$$

Pero en Cournot el *supuesto crucial* no es que el otro no modifica su producción (ya que Nicola Giocoli 2003 muestra que no hay conjeturas sobre eso en Cournot, como veremos luego), sino que el otro oferente implícitamente puede adecuar inmediatamente sus precios a los precios de la competencia para no quedar fuera del mercado, dado que es un bien perfectamente homogéneo desde el punto de vista de los demandantes (tiene que haber cierta diferenciación de productos para que aparezca poder de mercado).

En cambio, el así llamado modelo de Bertrand (que surge de interpretación de Fisher de las sugerencias de Bertrand, y de desarrollos posteriores) supone que una vez que puso el precio, la empresa no lo puede ajustar frente al precio de la competencia, así que queda fuera del mercado el que tiene un costo más alto. Por eso, el modelo de Bertrand sirve para modelar más bien una licitación a sobre cerrado donde el postor que ofrece el menor precio se queda con todo.

Funciones de beneficio o ingresos netos

Dada la función de beneficios de cada empresa i, para i=1,2, podemos especificar la función de cada productor:

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c \ ,$$

donde se supone que hay un costo marginal constante de c para producir (en lugar de 0, como al principio del capítulo 7 de Cournot). Reemplazando $f(D)$ por el precio de mercado, se tiene que

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c = D_i \left(a - \left(D_i + D_{-i} \right) - c \right).$$

La condición de primer orden, maximizando con respecto a su propio nivel de producción D_i y tomando como dada la producción D_{-i} de la otra firma, es para el caso particular de la demanda lineal:

$$D_i = \frac{a - D_{-i} - c}{2} \quad .$$

La condición de segundo orden se cumple, ya que la derivada segunda es –2<0. En la terminología moderna, son las funciones de respuesta óptima de cada empresa.

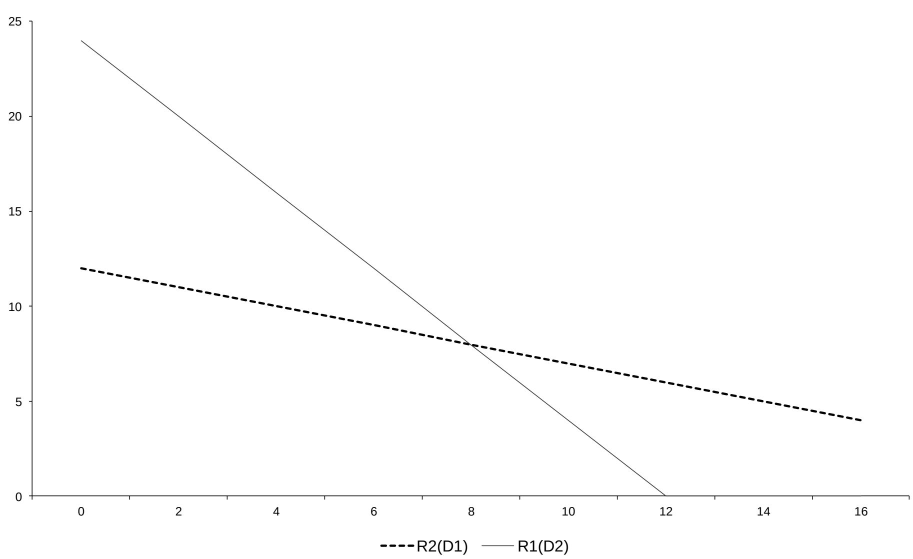
La perspectiva de Cournot: respuestas óptimas mutuas

Cournot planteó una solución gráfica en el punto donde se intersectaban lo que la literatura llama las curvas de reacción de ambas empresas, lo que en términos de teoría de juegos son sus funciones de respuesta óptima:

$D_1^* = R_1(D_2) = \frac{a-D_2-c}{2}$,
$D_2^* = R_2(D_1) = \frac{a-D_1-c}{2}$.

Resolviendo este sistema lineal simple, la solución de equilibrio es $D_1^* = D_2^* = \frac{a-c}{3}$. Esto se puede graficar al modo de Cournot en el gráfico que sigue, donde la intersección corresponde al equilibrio Nash, o equilibrio Cournot-Nash, ya que Cournot planteó y resolvió este ejemplo concreto primero. En el eje de las abscisas se presenta la cantidad D_1, mientras que el eje de las ordenadas se representa la cantidad D_2. Las funciones de respuesta óptima son lineales en la cantidad que produce el otro, por lo que gráficamente se representan por rectas. Se toman los siguientes parámetros: a = 30, c = 6, por lo que $D_1^* = D_2^* = 8$.

Gráfico 2. Funciones de respuesta óptima de cada empresa



El equilibrio se puede interpretar como la intersección de las funciones de respuesta óptima, es decir, como respuestas óptimas mutuas, que es la manera de caracterizar cualquier equilibrio de Nash.

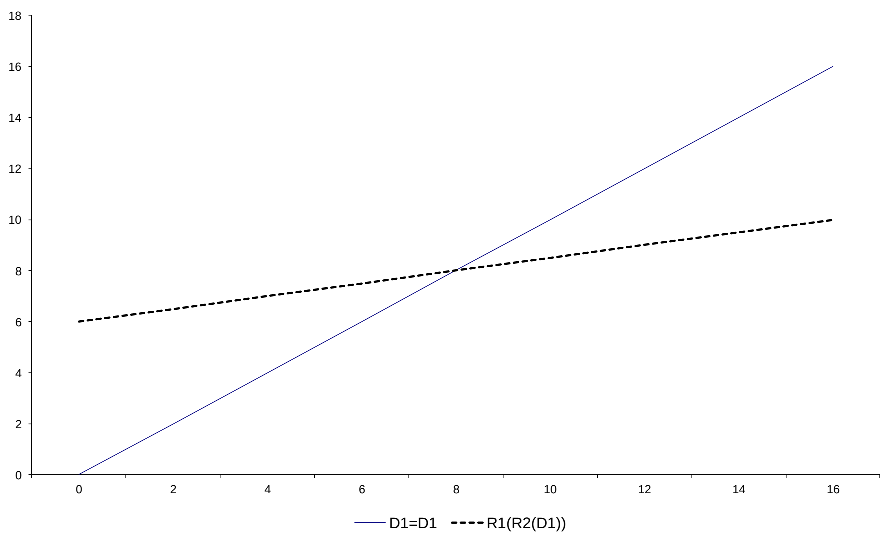
La perspectiva de Nash: punto fijo

Hay una manera de representar gráficamente el equilibrio de este modelo que lo lleva a ver como un punto fijo, que es la perspectiva que adoptó John Nash cuando discutió este problema. Veamos esto gráficamente, dado el hecho de que $D_1 = R_1(D_2)$ y $D_2 = R_2(D_1)$. Partiendo de un punto arbitrario D_1, se puede ver la respuesta óptima D_2^* del jugador 2 y la respuesta óptima D_1^* del jugador 1 a la respuesta óptima del jugador 2:

$$D_1^* = R_1(D_2^*) = R_1\big(R_2(D_1)\big) = \frac{1}{2}\left(a - \frac{a-D_1-c}{2} - c\right) = \frac{a-c}{4} + \frac{D_1}{4}.$$

Esto se puede graficar como sigue:

Gráfico 3. Respuesta óptima de empresa 1 a respuesta óptima de empresa 2 a distintos niveles arbitrarios de producción de empresa 1



Cuando esta función de respuesta óptima de 1 a la respuesta óptima de 2 intersecta la recta de 45 grados, es un punto fijo: el punto de partida inicial de 1 coincide con la respuesta óptima de 1 a lo que hace 2. La respuesta es la misma que antes: Nash usó esta idea de punto fijo para demostrar la existencia de un equilibrio en un contexto diferente, un número finito de estrategias puras pero donde se admiten estrategias mixtas.

¿Cómo se llega al equilibrio?

Luego discutimos este punto en más detalle, al comparar Cournot con Nash. Pero lo que muestra el gráfico 2 del capítulo 7 es que, partiendo de un nivel arbitrario de producción de la firma 1, la firma 2 se va a mover a su curva de respuesta óptima, lo que va a llevar a la firma 1 a reaccionar, y así sucesivamente hasta llegar al punto de intersección de ambas curvas. Sin embargo, Cournot no explica en este capítulo qué saben los productores: sus comentarios se encuentran antes, en los capítulos 4 y 5.

C. Caso de *n* empresas

Cournot también planteó el caso cuando *n* crece indefinidamente, lo que llamó "concurrencia indefinida", es decir competencia perfecta según el uso actual. Si tenemos que la producción de mercado

$$D = \sum_{j=1}^{n} D_j = D_i + \sum_{j \neq i} D_j \ ,$$

y que por simetría todas las otras firmas producen lo mismo (ya que enfrentan la misma demanda y tienen costos marginales iguales), por lo que $D = D_i + (n-1)D_{-i}$, tenemos que

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c = D_i \left(a - \left(D_i + (n-1)D_{-i} \right) - c \right).$$

La condición de primer orden nos lleva a que:

$$D_i = \frac{a-(n-1)D_{-i}-c}{2} \quad .$$

Si tomamos en cuenta que, en equilibrio $D_i = D_{-i}$, entonces

$$D_i = \frac{a-c}{n+1} \quad .$$

Como la producción total está dada por $D = nD_i$, el precio de mercado es

$$p = a - D = a - n\frac{a-c}{n+1}.$$

Con muchas empresas, para *n* aumentando sin límite, se tiene que

$$p = a - a + c = c\,.$$

Es decir, de Cournot se deriva el principio de que en competencia perfecta el precio iguala al costo marginal. De aquí sale la curva de oferta. Cournot modela la competencia perfecta como el límite de un juego con innumerables empresas.

2. Relación entre Nash y Cournot

Hay un documento de trabajo donde se desarrolla la comparación: https://www.ucema.edu.ar/publicaciones/download/documentos/572.pdf (esta versión está en castellano, una versión posterior está en inglés). Se presentó un powerpoint. Además del material en el punto previo, se pregunta en especial por la cuestión de cómo llegar al punto de equilibrio.

Respecto al equilibrio de Nash, tiene dos partes, la parte (i) de racionalidad de los jugadores, que lleva a jugar la respuesta óptima a lo que se cree que hace el otro jugador (sin información más específica, lo único que se puede eliminar por la hipoótesis de racionalidad son las estrategias estrictamente dominadas de los jugadores, como vimos en el experimento de Holt) y la parte (ii) de creencias consistentes, donde es de dominio público qué va a hacer cada jugador. La parte más problemática es justamente la parte de creencias consistententes, porque la pregunta natural es: ¿de dónde salen? No es obvio cómo surgen las expectativas comunes del equilibrio Cournot-Nash sobre qué va a hacer cada jugador.

En este sentido, es notable la innovación que significaron las dos interpretaciones de equilibrio de Nash (1950c) sobre qué saben los jugadores, la racional y la adaptativa. Es central la discusión de Nash de qué saben o no los jugadores, ya que es clave para entender cómo se llega al equilibrio. Nash anticipa las dos corrientes principales de teoría de juegos: la idea de salto al equilibrio con jugadores absolutamente racionales que conocen el modelo y la dinámica de prueba y error de teoría de juegos evolutiva con jugadores limitadamente racionales que no lo conocen. La interpretación racional introduce expectativas racionales: los jugadores conocen el modelo y usan la solución para predecir lo que va a pasar. La interpretación adaptativa se refiere al caso donde los jugadores solo conocen sus propios pagos: se puede pensar como el modelo de una ducha, donde uno ajusta el agua caliente y fría hasta llegar a la temperatura correcta.

El mismo Cournot no solo planteó la cuestión de cuál es el equilibrio, sino que se preguntó también acerca de cómo se podía llegar al equilibrio. La pregunta de Cournot se puede relacionar a la pregunta acerca de dónde salen las creencias consistentes que corresponden a la intersección de las dos funciones de respuesta óptima del gráfico 2 del capítulo 7, donde ambas empresas están optimizando mutuamente y esperan que la otra lo haga también. Para eso hay que ir al capítulo 4, no al 7, donde Cournot llamó la atención sobre lo que saben o no saben los jugadores.

Las ideas de Cournot (1838) en su capítulo 4 son que un vendedor podía tomar en cuenta su elasticidad de demanda para encontrar el punto óptimo para maximizar las ventas, aún sin conocer la curva de demanda, buscando el punto donde la elasticidad es unitaria. Lo mismo aplica al capítulo 7, ya que cada jugador puede buscar el punto donde su curva de demanda residual tiene elasticidad unitaria. Cournot por tanto describió que el proceso para llegar al equilibrio, y para que las creencias se correspondan a estrategias de equilibrio, como un proceso de prueba y error. En otras palabras, Cournot está anticipando la explicación adaptativa de Nash. En este sentido, esto supone que los jugadores saben todavía menos que en el experimento de duopolio de Holt que hicimos, ya que ahí los jugadores al menos ya saben sus pagos para diferentes combinaciones de columna y fila (se puede pensar como la parte final del proceso, que la parte inicial es para conocer sus pagos, la final para elegir el pago óptimo).

Esta explicación adaptativa de Cournot contrasta con la interpretación tradicional del capítulo 7, que es una explicación híbrida que en realidad se debe a Irving Fisher (y no a Cournot, como se dice errónemanete en el documento de trabajo del año 2015). En esta versión, los jugadores responden óptimamente a la estrategia pasada del otro jugador, no a la estrategia actual. Como los jugadores resuelven mal el modelo, esto fue duramente criticado en la literatura como exageradamente miope, empezando por Edgeworth en 1897. El problema con la interpretación estándar del modelo de Cournot es que no se corresponde con lo que Cournot supuso que conocen los jugarores: para conocer su propia curva de reacción, tienen que conocer no solo la curva de demanda de mercado sino la producción de la otra firma. En el capítulo 4 ya dice que no conocen la demanda de mercado, menos van a saber la producción de otra firma (a menos que haya una cámara del sector que informe de la producción de todas las empresas del sector).

Como señala Nicola Giocoli en un trabajo de 2003 sobre conjeturizar a Cournot, los jugadores en Cournot no formulan ningún tipo de conjetura, ya que no toman en cuenta que los otros jugadores pueden reaccionar a sus propias acciones. Esta idea de Fisher (que este atribuyó a Cournot) implica un caso especial de expectativas adaptativas, donde se espera que el otro jugador repita lo que hizo el período pasado. Esto es ahora desarrollado por la teoría de juegos evolutiva como la dinámica de mejor respuesta (*best-response dynamics*), donde cada jugador optimiza respecto a las acciones pasadas de los otros jugadores. La teoría de juegos evolutiva estudia la conducta de agentes limitadamente racionales, que no calculan lo que el otro jugador hace sino que eligen la respuesta óptima a lo que hizo en el período anterior, para estudiar las estrategias evolutivamente estables.