Historia del pensamiento económico **Jorge M. Streb**

Clase 13 **28 de octubre de 2016**

Temas

1. Enfoque de la economía en von Neumann y Morgenstern
2. La paradoja de San Petesburgo
3. El principio de utilidad esperada
4. Experimento de decisión bajo incertidumbre
5. Tversky y Kahneman sobre toma de decisiones

Desarrollo

1. Enfoque de la economía en von Neumann y Morgenstern

Hay un gran aporte específico de estos autores, la teoría de utilidad esperada que sirve para modelar las decisiones bajo incertidumbre. Esto está en la base del análisis de teoría de juegos, donde inherentemente hay incertidumbre endógena (¿qué va a hacer el otro jugador?). Además, es fundamental también en problemas de decisión donde hay incertidumbre exógena (por ejemplo, los agricultores y el clima). Enseguida pasamos a esto.

Von Neumann y Morgenstern han tenido otra gran influencia en la economía moderna, pero más en términos de enfocar la economía como una cuestión estratégica que en su propuesta de una solución de equilibrio ya que ahora lo que se usa es el concepto de equilibrio de Nash propuesto por Nash en 1950. Respecto a este enfoque estratégico, en un pasaje de su libro sobre *Teoría de juegos y comportamiento económico* de 1944, plantean la diferencia de su enfoque estratégico con el enfoque convencional que denominan el "enfoque de mercado". El enfoque de mercado es que el consumidor maximiza utilidad, el empresario beneficios. Se dice que maximizar es actuar racionalmente, pero ellos hacen notar que esto depende del conocimiento y entendimiento de los cursos de acción que tiene abiertos el decisor.

El caso de Robinson Crusoe es un problema de máximo (condicionado) común cuyas variables controla el decisor [de esta manera describe por ejemplo Samuelson el problema económico en sus *Fundamentos del análisis económico* de 1947]. Sin embargo, el problema del participante en economía social es diferente al problema de Robinson Crusoe: es conseguir el máximo de algo que no se controla. Esto no se trata en la matemática clásica: si los intereses no son paralelos, no es problema simple de máximo, sino de juegos de estrategia. La interdependencia de acciones es reconocida en los problemas clásicos de duopolio y oligopolio, por el lado de la oferta [esto y lo que sigue remiten a Cournots]. Del lado de la demanda se suponen muchos demandantes, por lo que no hay comportamiento estratégico.

Cuando hay grandes números se toma la competencia como límite, pero hay que tener cuidado de que no se formen coaliciones de un pequeño número de jugadores. La escuela de Lausanne [es decir, la teoría de equilibrio general desarrollado por Walras, un admirador de Cournot] que supone que no se forman coaliciones tiene que ser verificada. En contraste con este enfoque cooperativo de von Neumann y Morgesntern cuando hay tres o más jugadores (suponen que se van a formar coaliciones), Nash después va a plantear en su tesis la diferencia tajante entre teoría de juegos no cooperativa, donde no hay coaliciones, y teoría de juegos cooperativa, donde sí hay.

2. La paradoja de San Petesburgo

Adam Smith plantea el principio de interés propio como guía de las acciones individuales. Cournot presenta una formalización en el contexto de pagos monetarios, las empresas que maximizan sus beneficios. Este es el principio de racionalidad estrecho.

En el caso más general, la racionalidad individual se plantea en términos de maximización de la utilidad. Este es el principio de racionalidad amplio, que tiene la virtud de que es más flexible, pero la contra de que puede racionalizar muchas cosas (aunque no cualquier cosa).

Si hay incertidumbre, hace falta generalizar la idea de maximización de utilidad. Vamos a verlo primero con un ejemplo concreto. Luego, vamos a dar los fundamentos de la maximización de la utilidad bajo incertidumbre que fue un aporte clave de von

Neumann y Morgenstern. Históricamente, el tema de la decisión bajo incertidumbre aparece a principios del siglo XVIII con la paradoja de San Petesburgo propuesta en 1713 por Nicolás Bernoulli, que resuelve en 1738 Daniel Bernoulli, otro matemático y primo suyo, proponiendo usar una función de utilidad.

La paradoja de San Petesburgo es un experimento mental que involucra una lotería que da un premio de:

- 2 rublos con probabilidad ½;
- 4 rublos con probabilidad de ¼;
- 8 rublos con probabilidad 1/8;
- y así sucesivamente.

O sea que hay premios de 2^n rublos con probabilidad $(1/2)^n$, para n = 1,2,3,...,N. Por tanto, la suma (el valor esperado) es N si hay N vueltas. Si N tiende a infinito, el valor esperado también. Sin embargo, nadie estaba dispuesto a pagar mucho por esta lotería.

Laplace planteó que, para N muy grande, no hay banca que pueda aceptar la apuesta en forma creíble, así que eso desde ya es un tema a nivel práctico (también está limitado lo que uno puede apostar por la restricción presupuestaria individual).

Por eso, consideremos qué sucede para el caso de N=100, que promete un premio en promedio de 100 rublos (piensen en todo caso en dólares). Los comentarios sobre la disposición a pagar fueron, con una excepción, igual a 100 o menos. Es decir, (casi) nadie estaba dispuesto a pagar el valor esperado sino lo mismo menos. Esta es la experiencia típica para este caso.

La clave de la solución que ofrece Bernoulli es que no se puede explicar el comportamiento respecto a esta lotería por su valor esperado. Lo que propone Bernoulli es que a los individuos no les interesa el premio x sino la utilidad del premio $U(x)$. Si la distribución de probabilidad es discreta, el valor esperado está dado por

$$\mathrm{E}[x] = \sum px_i \ ,$$

y la utilidad esperada por

$$\mathrm{E}[U(x)] = \sum p_i U(x_i)\,.$$

Bernoulli propuso en particular una utilidad logarítmica, que es cóncava y lleva a una utilidad marginal decreciente del ingreso. Nosotros consideramos el logaritmo en base 10, donde $\log_{10} 1 = 0$, $\log_{10} 10 = 1$ y $\log_{10} 100 = 2$, por lo que queda claro que hay que ofrecer cada vez mayores montos para que aumente lo mismo la utilidad (y un mismo aumento de riqueza genera montos decrecientes de utilidad). El planteo de Bernoulli fue con logaritmos naturales:

$$U(x) = \ln x \quad \Rightarrow \quad \mathrm{E}[U(x)] = \mathrm{E}[\ln x] = \Sigma p_i \ln x_i\,.$$

Como demostró Bernoulli para el caso de la paradoja de San Petesburgo, el individuo no va a estar dispuesto apostar mucho en este caso incluso en el caso de que el premio esperado sea infinito (la respuesta que le da es un poco más de 2 rublos).

Sin embargo, la función de utilidad logarítmica no alcanza para explicar por qué no se acepta apostar mucho por otras loterías que tienen también un valor esperado infinito, por ejemplo, ganar 2 pesos con probabilidad ½ o ganar 2^n pesos con probabilidad ½. Para eso hace falta introducir una característica adicional, que la función de utilidad sea acotada. Por ejemplo, una curva que tiene un valor máximo es la curva logística, que al principio es convexa y luego de cierto punto se vuelve cóncava.

3. Teoría de la utilidad esperada

Lo que mostraron von Neumann y Morgenstern es que la utilidad esperada introducida por Daniel Bernoulli se podía derivar de una serie de axiomas simples.

A. Los axiomas de von Neumann y Morgenstern

Vamos a seguir básicamente la discusión en el apéndice 3 del capítulo 2 de Davis y Holt (1993) sobre este tema, que plantean una derivación a partir de seis axiomas. Dos de estos supuestos ya los conocen bien por la discusión de órdenes de preferencias, los axiomas (ii) y (v):

(i) *substitución*

(ii) *transitividad*

(iii) *monotonicidad* (toman *monotonicidad* por el carácter monetario de los premios que estudian, es una aplicación del principio de *dominancia*)

(iv) *reducción de lotería compuestas* (usan lo que es un caso particular de la *invariancia a diferentes representaciones*)

(v) *comparabilidad*

(vi) *continuidad*

El axioma más específico de la teoría de utilidad esperado es el axioma (i) de *substitución*, que es uno de los que más se han cuestionado, se especifica abajo.

El axioma (ii) de *transitividad* es básico a todos los ordenamientos de preferencias, por ejemplo las teorías de utilidad ordinal que reemplazaron a las teorías de utilidad cardinal: si tenemos x_1, x_2, x_3 y sabemos que la tercera es preferida a la segunda, y la seguna a la primera, la tercera es preferida a la primera.

El axioma (iii) de *monotonicidad* es simplemente que si hay loterías que pueden dar dos premios, uno menor y otro mayor, con diferentes probabilidades, se prefiere una lotería que da mayor probabilidad al premio mayor y menor al premio menor. Esto cubre, como caso especial, también que se prefiere un premio mayor a otro premio menor (sería el caso donde las probabilidades de cada premio alternativo son 1). Es una versión de la idea de *dominancia* que es la base de la racionalidad, el principio estructurador de la economía.

El axioma (iv) de *reducción de lotería compuestas* se especifica abajo. Es un caso particular de *invariancia a diferentes representaciones*, algo tan básico que en general está implícito: da lo mismo decir que el vaso está medio lleno o medio vacío, ya que ambos son dos formas equivalentes de describir el mismo vaso.

El axioma (v) de *comparabilidad* implica que las preferencias son completas y están definidas sobre todos los premios: ora uno es preferido al otro, ora viceversa, ora son indiferentes.

El axioma (vi) de *continuidad* es un supuesto técnico de que siempre se puede encontrar una lotería que contiene el premio mayor y el premio menor que es justo indiferente a un premio monetario. Ahora lo vemos.

B. Aplicación de los axiomas para representar las loterías

Dado el carácter monetario de los premios, dado que existe una preferencia por más plata en lugar de menos por el axioma (iii) de *monotonicidad*, se cumple trivialmente el axioma (ii) de *transitividad* entre loterías. Lo mismo pasa con el axioma (v) de *comparabilidad* entre todas las loterías. Es decir, estos dos axiomas son redundantes en este caso de premios monetarios.

El axioma (vi) de *continuidad* es el primero que tiene una consecuencia no trivial. Implica que si hay tres premios x_1, x_2, x_3, tal que se cumple $x_1 < x_2 < x_3$, entonces es posible encontrar una probabilidad ν tal que el individuo está indiferente entre el premio intermedio cierto y una lotería que consiste del premio menor y mayor:

$$x_2 \sim (\nu \text{ de } x_1, (1-\nu) \text{ de } x_3).$$

Si alguien es indiferente al riesgo, entonces las probabilidades son tales que la lotería tiene un valor esperado igual a x_2. Si alguien tiene aversión al riesgo, va a pedir en cambio una mayor probabilidad del premio mayor (es decir, va a pedir un valor esperado mayor al actuarialmente justo), mientras que si tiene propensión al riesgo va a pedir una menor probabilidad del premio mayor (es decir, un valor esperado menor que el premio actuarialmente justo). Más abajo se describe esto.

Por el axioma (i) de *substitución*, si estamos indiferentes entre dos opciones *x* e *y*, también vamos a estar indiferentes entre dos loterías que sólo difieran en esas dos opciones. Además, si preferimos la opción *x* a *y*, vamos a preferir la lotería que contiene *x* a otra que contiene la opción *y* si no difiere en el resto de los resultados posibles. El *axioma de substitución* permite en particular reemplazar en una lotería *x* cualquier premio intermedio $x_i \in (x_1, x_3)$ por otro en términos de x_1 y x_3, ya que si el premio x_2 es indiferente a la lotería $(\nu \text{ de } x_1, (1-\nu) \text{ de } x_3)$, entonces

$$(p_1 \text{ de } x_1, p_2 \text{ de } x_2, p_3 \text{ de } x_3) \sim (p_1 \text{ de } x_1, p_2 \text{ de } (\nu \text{ de } x_1, (1-\nu) \text{ de } x_3), p_3 \text{ de } x_3),$$

por lo que, sin pérdida de generalidad, todas las loterías se pueden reducir a loterías que solo constan del premio menor y mayor. [1,2]

El axioma (iv) de *la reducción de loterías compuestas* usado en Davis y Holt es un caso particular de la *invariancia a diferentes representaciones* que miran Tversky y Kahnemann. Por este axioma, una lotería compuesta de otras loterías se puede simplificar en términos de la probabilidad final de los distintos premios subyacentes. Para el caso recién descrito de la lotería x_2, tenemos que

$$(p_1 \text{ de } x_1, p_2 \text{ de } x_2, p_3 \text{ de } x_3) \sim ([p_1 + p_2\nu] \text{ de } x_1, [p_2(1-\nu) + p_3] \text{ de } x_3),$$

ya que ambas tienen la mismas probabilidades de ganar los premios subyacentes.

Podemos simplificar aún más las probabilidades en esta lotería x usando las expresiones siguientes: $\pi_1 = [p_1 + p_2\nu]$, $\pi_3 = [p_2(1-\nu) + p_3] = 1 - \pi_1$. De vuelta, esto nos lleva a otra representación equivalente de la lotería original:

$$([p_1 + p_2\nu] \text{ de } x_1, [p_2(1-\nu) + p_3] \text{ de } x_3) \sim (\pi_1 \text{ de } x_1, \pi_3 \text{ de } x_3).$$

[1] Por este axioma podemos ir en sentido inverso, que es el axioma de *cancelación*: si hay dos loterías que sólo difieren en los resultados de una de las opciones, mientras que los restantes opciones dan iguales resultados, podemos concentrarnos sólo en la opción que difiere, simplificando las loterías al eliminar aquellas alternativas que dan los mismos resultados. El axioma de *cancelación* se llama también axioma de *independencia* o axioma de *independencia de alternativas irrelevantes*, como hicieron von Neumann y Morgenstern.

[2] Desde ya, este supuesto puede no ser trivial: si estamos indiferentes entre un helado de sambayón y limón, puede que no estemos indiferentes entre dulce de leche granizado con sambayón y dulce de leche granizado con limón. Pero ese caso de los helados es diferente, por la combinación de sabores en un mismo cucurucho, por lo que la unidad sería la combinación de sabores. En las loterías de von Neumann y Morgenstern, en cambio, hablamos de tres mundos paralelos posibles con probabilidades p_1, p_2 y p_3, donde se supone que, todo lo demás igual, la utilidad en el mundo dos es independiente de lo que sucede en los mundos uno y tres.

C. Representación con una función de utilidad esperada

Dada la representación de todas las loterías en términos del premio menor y mayor, podemos compararlas fácilmente. Por el axioma (iii) de *monotonicidad*, la lotería $x = (\pi_1 \text{ de } x_1, \pi_3 \text{ de } x_3)$ va a ser preferida a la lotería $y = (\pi_1' \text{ de } x_1, \pi_3' \text{ de } x_3)$ si tiene una mayor probabilidad del premio mayor, es decir, si

$$\pi_3 > \pi_3'.$$

Es trivial mostrar ahora que esto permite la representación de las preferencias con una función de utilidad. Denotemos la utilidad de los premios mayor x_3 y menor x_1 por $U(x_3)$ y $U(x_1)$. Luego, si definimos la utilidad de cualquier premio como

$$U(x) = \pi_1 U(x_1) + \pi_3 U(x_3),$$

esta función de utilidad representa las preferencias subyacentes porque una lotería que tiene mayor utilidad es necesariamente una lotería que ofrece una mayor probabilidad del premio mayor. Como recién vimos, por monotonicidad tal lotería es preferida por el decisor. Si las preferencias sobre loterías cumplen con los seis axiomas de von Neumann y Morgenstern, pueden ser representadas por una función de utilidad esperada. Si x_1 es el premio menor y x_3 es el mayor, se puede normalizar la función de utilidad de manera que $U(x_1) = 0$, $U(x_3) = 1$. En ese caso,

$$U(x) = \pi_3.$$

Resulta que cualquier transformación lineal creciente va a representar el mismo ordenamiento de preferencias bajo incertidumbre si $a > 0$, $b \in R$. Sea la función transformada $\widetilde{U}(x)$:

$$\tilde{U}(x) = aU(x) + b\,.$$

Luego se sigue que

$$\mathrm{E}[U(x)] \geq \mathrm{E}[U(y)] \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{E}[U'(x)] \geq \mathrm{E}[U'(y)],$$

por las propiedades de transformaciones lineales crecientes:

$$\mathrm{E}[\tilde{U}(x)] = a\,\mathrm{E}[U(x)] + b\,.$$

Es decir, para conservar el mismo ordenamiento no se puede someter la utilidad esperada de von Neumann y Morgenstern a cualquier transformación creciente, solo a una transformación *lineal* creciente. En esto, conserva algunas de las características de la utilidad cardinal.

Esto se diferencia tajantemente de la utilidad ordinal donde es válida cualquier *transformación creciente*: si la función original es lineal, se puede hacer con preferencias puramente ordinales una transformación cuadrática, que es convexa, o una transformación logarítmica, que es cóncava. En un caso de dos bienes, que se representan en el plano con curvas de indiferencia, para las preferencias ordinales solo interesa el ordenamiento de menor a mayor de las sucesivas curvas de indiferencia, no cómo van variando la altura de una curva a la otra. Pasamos a esto abajo en más detalle al hablar de actitudes frente al riesgo.

D. Actitudes frente al riesgo y utilidad del ingreso

Davis y Holt, en su sección 2.4, tratan la maximización de la utilidad esperada y la aversión al riesgo. La función logarítmica de Bernoulli, es una función creciente (derivada primera positiva) y cóncava (derivada segunda negativa). La idea de concavidad de la función de utilidad, con una derivada segunda negativa, fue incorporada en la revolución marginalista de 1870 como utilidad marginal decreciente de un bien y luego como utilidad marginal decreciente del ingreso (esto último llevó a argumentos para la redistribución del ingreso)..

Estas discusiones fueron abandonadas cuando el enfoque cardinal de la utilidad fue reemplazado alrededor de 1930 por el enfoque ordinal de la utilidad, ya que no se permiten hacer no solo comparaciones interpersonales de utilidad, sino comparaciones intrapersonales de niveles de utilidad, ya que se toman los niveles absolutos de utilidad como algo puramente arbitrario (lo "útiles" de la revolución marginalista no se consideraron una unidad de medida como el metro, la temperatura o el dinero).

La idea más amplia de utilidad esperada tuvo que esperar otros tres cuartos de siglo para ser incorporada a la economía, lo que sucede a partir de la edición de 1947 de la obra de von Neumann y Morgenstern sobre teoría de juegos. Como vimos, la utilidad propuesta por Bernoulli fue axiomatizada por von Neumann y Morgenstern, por lo que la teoría de utilidad esperada se suele llamar utilidad de von Neumann y Morgenstern. Tiene ciertas de las propiedades de la utilidad cardinal, como por ejemplo una derivada segunda con un signo definido. El signo de esta derivada segunda puede ser nulo (indiferencia al riesgo), negativo (aversión al riesgo) o positivo (propensión al riesgo). La diferencia con la utilidad cardinal es que no hay comparabilidad interpersonal de utilidades, ya que cada escala es arbitraria dado que cualquier transformación lineal creciente también es una representación de las mismas preferencias. Pero sí hay un orden cardinal *para un mismo individuo*.

Indiferencia al riesgo

El valor esperado y la utilidad esperada de una lotería llevan a resultados similares cuando hay indiferencia al riesgo. El caso de indiferencia al riesgo se puede representar por una utilidad lineal en el ingreso:

$$U(x) = x \quad \Rightarrow \quad \mathrm{E}[U(x)] = \mathrm{E}[x].$$

Es decir, si una lotería tiene mayor valor esperada que otra, una persona indiferente al riesgo va a preferir la lotería con mayor valor esperado. Por tanto, maximizar la utilidad es lo mismo que maximizar el valor esperado. Uno puede esperar que las preferencias van a ser lineales para apuestas "chicas".

Volviendo a lo que hicimos más arriba, cuando usamos el axioma de continuidad, el premio x_2 que era justo indiferente a la lotería del premio mayor y menor,

$$x_2 \sim (\nu \text{ de } x_1, (1-\nu) \text{ de } x_3),$$

es en este caso tal que

$$x_2 = \nu\, x_1 + (1-\nu)\, x_3.$$

Es decir, las probabilidades ν y $(1-\nu)$ son determinadas de forma actuarialmente justas.

Aversión al riesgo

El ranking según valor esperado y utilidad esperada pueden diferir una vez que hay aversión o propensión al riesgo. Con aversión al riesgo, una consecuencia es que la utilidad esperada de un premio va a ser menor que la utilidad de la esperanza del premio (que es medio un trabalenguas). Es decir, el valor esperado de la lotería que se exige para aceptar el riesgo va ser mayor que el premio cierto x_2 :

$$x_2 < \nu^A\, x_1 + (1-\nu^A)\, x_3,$$

donde se cumple que $\nu^A < \nu$, es decir, la probabilidad del premio menor va a ser menor que la probabilidad actuarialmente justa.

Propensión al riesgo

Se cumple aquí que el premio cierto que resulta indiferente a la lotería tiene un valor mayor que el valor esperado de la lotería:

$$x_2 > \nu^P \; x_1 + (1 - \nu^P) \; x_3 ,$$

donde se cumple que $\nu^P > \nu$, es decir, la probabilidad del premio menor es mayor a la probabilidad actuarialmente justa.

Descripción de conductas que pueden ser tanto cuidadosas como riesgosas

Si la utilidad es cóncava y tiene derivada segunda negativa, va a implicar aversión al riesgo (ese es el caso de la función logarítmica usada por Bernoulli). En cambio, en caso de propensión al riesgo, se puede representar por funciones convexas.

Como no siempre evitamos las apuestas, Friedman y Savage critican la formulación de Bernoulli de utilidad marginal del ingreso siempre decreciente en un artículo de 1948, planteando en cambio una función de utilidad con un segmento convexo (con preferencia al riesgo) y otro cóncavo (con aversión al riesgo). Si la función de utilidad está acotada abajo y arriba, una consecuencia que plantean Blackwell y Girshick en 1954 es que la utilidad primero va a tener un tramo convexo y luego un segmento cóncavo. Un ejemplo de esa forma de curva es la curva logística.

4. Experimento de decisión bajo incertidumbre

A. Decisiones en términos de preferencias

Fueron vistos los problemas 9, 10 y 11 en Tversky y Kahneman, en este orden, hechos en términos de dólares. En este caso, es menos obvia la relación entre los problemas 9 y 10 que la relación entre los problemas 10 y 11. Las respuestas, sobre los 17 presentes entonces, fueron las siguientes:

- Problema 9: 12 prefieren *A* a *B*, 5 al revés;

- Problema 10: 0 prefieren *C* a *D*, 17 al revés;
- Problema 11: 10 prefieren *E* a *F*, 5 al revés.

Mostró el mismo patrón que aparece en los estudios experimentales que reportan Tversky y Kahneman, pero que típicamente se hace con diferentes grupos de personas que se tratan de elegir aleatoriamente. De todos modos, el porcentaje que prefirió la primera alternativa de cada opción en clase fue 71%, 0% y 59%, comparado con 78%, 42% y 74% en el artículo. Los casos que oscilan entre una opción y otro violan la teoría de utilidad esperada de von Neumann y Morgenstern, ya que desde el punto de vista de la teoría de utilidad esperada todos estos problemas son equivalentes.

Empezamos por el caso más simple. Cuando se comparan los problemas 10 y 11 en Tversky y Kahneman, se trata de las mismas probabilidades finales sobre premios, por lo que el axioma de *reducción de loterías compuestas* tenemos que las opciones *F* en 11 y *D* en 10 tienen que ser indiferentes:

$$(0{,}75 \text{ de } 0 \,;\, 0{,}25 \text{ de } (0{,}80 \text{ de } 45,\, 0{,}20 \text{ de } 0) \text{ indiferente a } (0{,}80 \text{ de } 0 \,;\, 0{,}20 \text{ de } 45).$$

Lo mismo sucede obviamente con las opciones *E* en 11 y *C* en 10, que tienen que ser indiferentes:

$$(0{,}75 \text{ de } 0 \,;\, 0{,}25 \text{ de } (1 \text{ de } 30,\, 0 \text{ de } 0) \text{ indiferente a } (0{,}75 \text{ de } 0 \,;\, 0{,}25 \text{ de } 30).$$

Ambos problemas implican las mismas probabilidades finales de premios. Sin embargo, en los experimentos de Tversky y Kahneman hay más preferencia de $E = (0{,}75 \text{ de } 0 \,;\, 0{,}25 \text{ de } 30)$ sobre $F = (0{,}75 \text{ de } 0 \,;\, 0{,}25 \text{ de } (0{,}80 \text{ de } 45,\, 0{,}20 \text{ de } 0))$ que de $C = (0{,}75 \text{ de } 0 \,;\, 0{,}25 \text{ de } 30)$ sobre $D = (0{,}80 \text{ de } 0 \,;\, 0{,}20 \text{ de } 45)$. Esto implica decisiones inconsistentes con la teoría de utilidad esperada, ilustrando el punto de Tversky y Kahneman de que diferentes representaciones nos pueden llevar a diferentes decisiones.

En segundo lugar, en el problema 9 Tversky y Kahneman encuentran que es mayor la preferencia por *A* respecto a *B*, comparado con el problema 10 donde se comparan *C* y *D*. Esto es un poco más complicado de mostrar. La manera en que lo discuten Tversky y

Kahneman es como una violación del *axioma de substitución o cancelación*: si en la representación en dos etapas del problema 11 eliminamos la primera etapa, o en el caso del problema 10 eliminamos el 75% de casos donde no hay ningún premio, nos quedamos con el formato del problema 9:

$$(0{,}75 \text{ de } 0 \,;\, 0{,}25 \text{ de } 30) \succ (0{,}75 \text{ de } 0 \,;\, 0{,}25 \text{ de } (0{,}80 \text{ de } 45,\, 0{,}20 \text{ de } 0)$$
$$\Leftrightarrow (1 \text{ de } 30) \succ (0{,}80 \text{ de } 45,\, 0{,}20 \text{ de } 0).$$

Estos tres problemas muestran la influencia de los marcos de decisión y su transparencia en decisiones: las respuestas a las preguntas 9 y 11 son más similares, ya que la forma de presentación de 11 lleva a que el problema 9 aparezca en la segunda etapa. Savage y Raiffa ya conjeturaron en las décadas del 50 que aplicaciones más transparentes del problema de decisión pueden evitar o aminorar la incidencia de la paradoja de Allais. Sin embargo, al mismo tiempo tanto 9 como 11 muestran que puede haber efectivamente un efecto certeza o pseudo-certeza.

Los problemas 9 y 10 se relacionan con la paradoja de Allais (de 1953) sobre el axioma de cancelación. Esto es el llamado “efecto certeza” que introdujo Allais, que lleva a que varíen las respuestas cuando una de las opciones es perfectamente segura, comparadas con una situación donde todas las opciones son riesgosas. Por este efecto certidumbre, más personas prefieren la opción *A* en el problema 9 que la opción *C* en el problema 10. Esto implica una inconsistencia con la teoría de utilidad esperada de von Neumann-Morgenstern, como veremos.

Los experimentos de Tversky y Kahneman con el problema 11 entrañan lo que llaman el efecto pseudocerteza (porque en la segunda etapa una de las opciones no implica riesgo) comparado con el problema 10, La inconsistencia entre las respuestas a los problemas 10 y 11 que suele aparecer plantea una violación no ya del axioma de substitución sino del de reducción de loterías compuestas. Esto es un caso particular de la violación de la invariancia a diferentes representaciones.

En resumen, la comparación de las respuestas a los problemas 10 y 11 muestran que se viola el *axioma de invariancia a las diferentes representaciones*, que es lo más básico que uno espera de un decisor racional (si es el mismo problema, la descripción no tendría que cambiar la respuesta). La comparación de los problemas 9 y 10 es como fue presentado por vez primera por Maurice Allais en 1953 el asunto de decisiones inconsistentes con la teoría de utilidad esperada, e implica específicamente una violación del *axioma de substitución o cancelación*, que es el axioma especial que agregaron von Neumann y Morgenstern. Tversky y Kahneman plantean que el estatus del axioma de cancelación es similar al de dominancia: es intuitivamente convincente y seguida en situaciones transparentes, pero muchas veces violado en contextos no transparentes. Sin embargo, es todavía más básica la violación del axioma de reducción de loterías compuestas.

B. Representación por utilidad esperada

Respecto a las violaciones de los axiomas de von Neumann y Morgenstern en términos de la representación de utilidad esperada, tenemos que las opciones *D* y ***F*** implican una utilidad esperada de

$$\mathrm{E}[U(0{,}75 \text{ de } 0\,;\, 0{,}25 \text{ de } (0{,}80 \text{ de } 45,\, 0{,}20 \text{ de } 0)] = 0{,}80U(0) + 0{,}20U(45).$$

En tanto, las opciones *C* y *E* implican una utilidad esperada de

$$\mathrm{E}[U(0{,}75 \text{ de } 0\,;\, 0{,}25 \text{ de } 30] = 0{,}75U(0) + 0{,}25U(30).$$

Trabajando con la representación de utilidad esperada, si *D* es preferida a *C*,

$$\begin{aligned}
&0{,}80U(0) + 0{,}20U(45) > 0{,}75U(0) + 0{,}25U(30)\\
\Rightarrow\quad &3{,}20U(0) + 0{,}80U(45) > 3U(0) + U(30), \quad \text{si se multiplica por constante } a = 4,\\
\Rightarrow\quad &0{,}20U(0) + 0{,}80U(45) > U(30), \quad \text{si se resta una constante } b = 3U(0).
\end{aligned}$$

Por tanto, si *D* es preferida a *C*, entonces es inmediato que *F* es preferida a *E* según la representación de utilidad esperada. Además, se sigue que *B* es preferida a *A*, cuando usamos la propiedad de la función de utilidad esperada de que la representación de preferencias es invariante a transformaciones lineales crecientes (*a* es positiva) y de que se puede sumarle una constante (en este caso $b=3U(0)$).

5. Tversky y Kahneman sobre toma de decisiones

Ellos analizan la toma de decisiones bajo incertidumbre, donde se refieren a incertidumbre en el sentido más usual de riesgo (calculable).

A. Jerarquía de reglas normativas

Aunque se presenta con diferentes axiomatizaciones, la teoría de utilidad esperada se puede derivar en particular de los cuatro axiomas substantivos y los dos axiomas más técnicos que siguen. Estos tienen una clara relación con lo que vimos antes con Davis y Holt. Los cuatro axiomas substantivos son

(i) cancelación (este reemplaza al axioma de substitución visto antes);

(ii) transitividad de preferencias;

(iii) dominancia (cubre la monotonicidad);

(iv) invariancia (a diferentes representaciones).

Además, hay dos supuestos más técnicos de:

(v) comparabilidad (o completitud);

(vi) continuidad.

El axiomas (ii) es básico a todos los ordenamientos de preferencias. El axioma (iii) es la base de la racionalidad. El axioma (iv) es tan básico que en general está implícito. La comparabilidad implica que se pueden ordenar todas las loterías, mientras que el de continuidad implica que siempre se va a poder encontrar un punto de indiferencia entre un premio dado y otra que contiene un premio mejor y otro peor. El axioma más específico de la teoría de utilidad esperado es el (i).

Los contraejemplos ingeniosos de Allais (1953) llevaron a algunos teóricos a abandonar el axioma de cancelación a favor de representaciones más generales. Sin embargo, este enfoque no puede ser extendido a las violaciones empíricas de los axiomas de invariancia y dominancia. En lugar de una nueva teoría normativa de decisión que reemplace a la teoría de von Neumann y Morgenstern, Tversky y Kahneman proponen un análisis descriptivo que explica fallas por el proceso de encuadramiento de las decisiones. Para ellos, el análisis lógico se puede distinguir del análisis psicológico de la toma de decisiones bajo incertidumbre.

Para ellos, la teoría de decisión racional parece razonable y favorecida por la competencia. Además, los axiomas son plausibles. Sin embargo, no es una teoría descriptiva adecuada de la toma de decisiones. Ellos lo ilustran con las violaciones experimentales de diferentes axiomas.

B. Decisiones experimentales y los axiomas

Efectos de encuadre ("framing") e invariancia

Fallas de invariancia ilustrados por problema 1 de un tratamiento con cirugía o con rayos X (encuadre con probabilidad sobrevivir o de morir). Otro ejemplo son los descuentos y recargos: no son tratadas como iguales por consumidores, por lo que en general se prefiere ofrecer "rebajas".

Ejemplo de rebaja real de salarios del 5% en región con desempleo: si es vía rebaja nominal salarios, es considerada injusta por la mayoría, pero si es vía ajuste inflación mayor a salarios, no los es. [Comentario: este ejemplo ilustra el caso de la ilusión monetaria keynesiana y puede ser una muestra de racionalidad limitada.]

Además, se discutió in extenso en clase un caso particular de este axioma de invariancia, la reducción de loterías compuestas.

Dominancia

Fallas de dominancia: no en el problema 7 que es transparente, sí en problema 8 que no lo es. Es similar a la ilusión visual del gráfico 3 (que se aclara con el gráfico 4).

Cancelación

Las fallas del axioma de cancelación, con los efectos certeza y pseudocerteza, aparecen discutidos en el experimento de decisión hecho en clase.

Comentarios finales

El resultado principal del artículo es que los axiomas de von Neumann y Morgenstern son satisfechos en situaciones transparentes y violados cuando no. Esto es consistente con las ideas de racionalidad limitada de Herbert Simon.

La gente con experiencia en general decide mejor que los aprendices y la competencia corrige algunos errores e ilusiones. Aunque incentivos monetarios pueden mejorar la calidad de las decisiones, no siempre lo hacen. Los incentivos funcionan cuando focalizan la atención y prolongan la deliberación, pero no pueden evitar errores de percepción o de intuición defectuosa (caso de imágenes dados en el capítulo).

Además, muchas veces falta información para corregir errores (dificultad de evaluar consecuencias, algunas decisiones son únicas). [Comentario: un ejemplo es el problema de los votantes que tienen que inferir de la situación económica si el gobierno está haciendo bien las cosas o no, cuando la situación económica no solo depende de la virtud, sino de la fortuna].

La tesis de este artículo es que teorías normativas y descriptivas de decisión son dos cosas separadas. No hay teorías normativas que expliquen todas las fallas observadas en los experimentos. La teoría de prospectos sí las explica, pero es solo una teoría descriptiva.