

Temas

1. Cournot, *Principios matemáticos de la teoría de la riqueza*
2. Experimento de mercado basado en Cournot
3. Experimento de mercado: discusión

Desarrollo

1. Cournot, *Principios matemáticos de la teoría de la riqueza*

A. Capítulo 4: la ley de la demanda

Cournot parte de la afirmación según la cuál se dice que “el precio de los bienes está en proporción inversa a la cantidad ofrecida y en proporción directa a la cantidad demandada”. Cournot objeta esta afirmación. Una manera de entender esta frase modernamente tiene que ver con dos cosas, lo que ahora se describe como desplazamientos de la curva de oferta hacia afuera donde cae el precio a lo largo de una curva de demanda dada, por un lado, y desplazamientos de la curva de demanda hacia afuera donde aumenta el precio sobre una curva de oferta dada, por el otro. Pero antes había que definir las curvas de oferta y demanda. Esto es precisamente lo que hace Cournot para la curva de demanda; no define la curva de oferta, en cambio, ya que analiza muchas formas de mercado distintas, pero su análisis sirve para derivarla en el caso particular de concurrencia indefinida que corresponde a la competencia perfecta.

Volviendo al texto de Cournot, cuando critica que “el precio de los bienes está en proporción directa a la cantidad demandada”, la objeción de Cournot es que la cantidad demandada aumenta cuando cae el precio, así que dice que la expresión se tiene que referir a otra cosa (es lo que vimos arriba de desplazamientos de la curva de demanda). Para los “movimientos a lo largo de la curva de demanda”, que es lo que va a mirar

Cournot, hay una relación negativa entre precio y cantidad demandada. Lo que plantea Cournot es que, en general, las ventas aumentan cuando cae el precio. La ley de demanda o ventas la expresa entonces así:

$$D=F(p),$$

con una derivada negativa. Pero esta relación no necesariamente varía “en proporción inversa a la cantidad ofrecida”, como veremos más abajo.

Cournot plantea que no se puede expresar en general la demanda en forma algebraica, para lo que se necesita la estadística que ayude a determinar su forma, pero se pueden estudiar propiedades de una función desconocida. Al suponer $F(p)$ continua, $pF(p)$ es continua también. Como $pF(p)$ es cero para $p = 0$ y para p suficientemente grande se tiene que $F(p) = 0$, hay un máximo interior. Este máximo se da en:

$$F(p) + p F'(p) = 0.$$

Agrega que se tiene que cumplir la condición de segundo orden: aventura que es improbable que haya más de una solución interior.

En términos prácticos, dice que si bien las empresas no conocen la curva de demanda, si se cumple que $-\Delta D/\Delta p < D/p$, un aumento de precio va a aumentar los ingresos. En terminología moderna, esto se puede expresar diciendo que si la demanda es inelástica,

$$\varepsilon_{p,D} \equiv -\frac{p}{D} \frac{\Delta D}{\Delta p} < 1,$$

una suba de precios aumenta el ingreso.

Se puede plantear no sólo en términos discretos, usando lo que se conoce ahora como elasticidad arco, sino que se puede hacer en forma continua con la elasticidad punto:

$$\eta_{p,D} \equiv -\frac{p}{F(p)} F'(p) .$$

Acá se sigue la misma conclusión: si la elasticidad punto es menor a uno en valor absoluto, una suba de precios aumento los ingresos.

Esta regla de Cournot es relevante empíricamente, ya que si no se conoce la forma de la curva de demanda, vía la elasticidad se puede evaluar el comportamiento de la demanda en el margen (por lo que, con un proceso de prueba y error, se puede tratar de descubrir el precio óptimo).

Respecto a la segunda parte de la afirmación (la que interpretamos en términos de desplazamientos de la curva de oferta a lo largo de una curva de demanda dada), Cournot critica eso de que “el precio de los bienes está en proporción inversa a la cantidad ofrecida”. Esta parte es más bien una precisión en los detalles: si hay una proporción inversa entre precio y cantidad, esto implicaría que $p = C / D$, donde $C > 0$ es una constante igual al nivel de gasto. Acá, Cournot objeta que el gasto no es en general constante cuando varía cantidad vendida, un punto en el que tiene razón ya que justamente el problema es que no sabemos bien qué formas adoptan las curvas de demanda en cada mercado. Esto sería el caso especial y restrictivo de una curva de demanda con elasticidad constante con valor uno. Una elasticidad unitaria en todos los puntos implica que el gasto es siempre constante, algo que se puede leer directamente de la ecuación $p = C / D$.

B. Capítulo 5: el monopolio

Plantea el problema de un dueño de una fuente mineral que busca maximizar los ingresos si no hay costos producción [sería el punto determinado en capítulo anterior cuando hay un máximo interior: lo que maximiza las ventas maximiza los ingresos].

Si hay costos de producción, en cambio, se busca maximizar los ingresos netos, lo que está dado por

$$pD - \phi(D), \text{ con } D = F(p). \tag{1}$$

Es decir, plantea de manera formal el objetivo de maximizar los beneficios.

El máximo, eligiendo el precio óptimo, está dado en

$$F(p) + pF'(p) = \phi'(D)F'(p) . \quad (2)$$

[Nota: En términos modernos esto es equivalente a condición de que ingreso marginal iguale costo marginal, donde las derivadas son respecto a la cantidad. Esto se puede mostrar como sigue. Diferenciando los beneficios $pD - \phi(D)$ respecto a la cantidad D , con $p = f(D)$,

$$p + f'(D)D = \phi'(D) . \quad (3)$$

Aquí $p = f(D)$ es la función inversa de $D = F(p)$. Si la demanda decrece estrictamente respecto al precio, esta función inversa está bien. En ese caso, se cumple que:

$$f'(D) = \frac{1}{F'(p)} . \quad (4)$$

Dado el resultado (4), se cumple que la condición moderna (3) de ingreso marginal igual a costo marginal es equivalente a la condición (2) de Cournot. La única diferencia es que en Cournot las derivadas son respecto al precio.

Más en general, en tanto estemos en un contexto de decisión bajo certidumbre se puede ver que ambas condiciones, (2) y (3), son siempre equivalentes. Bajo incertidumbre esta equivalencia se rompe: si se fija precio, las cantidades vendidas fluctúan, si se fija cantidad, el precio de venta fluctúa con los shocks de demanda.]

C. Capítulo 7: competencia entre dos o más productores

Duopolio

Ahora pasamos al capítulo central de Cournot, por el que se lo recuerdo puntualmente. Dedicar sobre todo su atención a dos fuentes de agua mineral que maximizan ingresos en forma independiente (modernamente se podrían llamar Evian y Perrier). Cournot usa la notación $p=f(D)$, con $D = D_1+D_2$, donde los beneficios están dados por $D_1 f(D_1+D_2)$ y $D_2 f(D_1+D_2)$. Supone costos de producción nulos.

Las condiciones de primer orden llevan al par ecuaciones

$$f(D_1+D_2) + D_1 f'(D_1+D_2) = 0,$$

$$f(D_1+D_2) + D_2 f'(D_1+D_2) = 0.$$

Toma el caso de empresas iguales. Como enfrentan la misma condición de primer orden, deduce que en equilibrio se va a dar que ambas eligen el mismo nivel de producción por lo que $D_1=D_2$. Esto lleva a la condición

$$f(D) + \frac{D}{2} f'(D) = 0,$$

que escribe como sigue:

$$2f(D) + Df'(D) = 0.$$

Caso general

Cournot luego replantea las condiciones de equilibrio, reemplazando $p = f(D)$ y multiplicando por $F'(p) = 1/f'(D)$. Para el caso de dos empresas, se transforma en:

$$2p F'(p) + D = 0.$$

Analiza a partir de esto el caso para cualquier n . Esto se sigue inmediatamente del caso $n = 2$, ya que el punto es que si estamos en una situación de equilibrio simétrico,

simplemente hay que tomar en cuenta que cada empresa va a producir una enésima parte del total. Por tanto, tenemos:

- caso $n=1$: $D+pF'(p)=0$;
- caso $n=2$: $D+2pF'(p)=0$;
- caso general: $D+npF'(p)=0$.

Es decir, de un golpe abarca desde el monopolio (una empresa) hasta la concurrencia indefinida (un número ilimitado de empresas que corresponden a la competencia perfecta). Esto lo lleva al resultado de que los precios más altos se producen con el monopolio y los precios más bajos con la concurrencia indefinida (competencia perfecta), dando una precisión a los dichos de Adam Smith en su capítulo 7 del libro I de la *Riqueza de las naciones*.

[Nota: El caso general se puede reexpresar, usando la terminología moderna de elasticidad precio de la demanda, como:

$$\eta_{p,D} = \frac{1}{n},$$

donde la elasticidad precio de la demanda se define, como vimos antes, como

$$\eta_{p,D} \equiv -\frac{p}{D} F'(p) = -\frac{p}{D} \frac{dD}{dp} \Big|_{D=F(p)}.$$

Por tanto, el caso general de Cournot se puede reexpresar diciendo que, en equilibrio, la elasticidad precio de la demanda de mercado disminuye con la cantidad de empresas n que hay en un mercado. Como la demanda típicamente se hace más inelástica a medida que aumenta la cantidad vendida (después vemos un ejemplo con una función de demanda lineal), esto implica que los precios disminuyen a medida que aumenta el número de empresas n . En este caso sin costos de producción, el precio máximo es con el monopolio, y su formulación implica que con concurrencia indefinida el precio va a ser

en el límite igual a cero (en este caso, los costos marginales se suponen nulos). Estos resultados se extienden al caso con costos marginales de producción positivos, donde las precios disminuyen monótonamente con la cantidad de empresas, pero el precio tiende en el límite a un costo marginal positivo.

Después vamos a ver que la solución simétrica es la única solución que existe para un duopolio, tal como postula Cournot.]

2. Experimento de mercado basado en duopolio Cournot

A. Instrucciones

Este experimento está tomado de un artículo de Charles Holt que salió en el volumen 75 del *American Economic Review*. Hay dos empresas, fila (empresa 1) y columna (empresa 2). Las estrategias de cada empresa son niveles de producción $q = 4,5,6,\dots,22$. Las empresas eligen simultáneamente el nivel de producción. Los beneficios o pagos de cada empresa (π_1, π_2) dependen de los niveles de producción (q_1, q_2) .

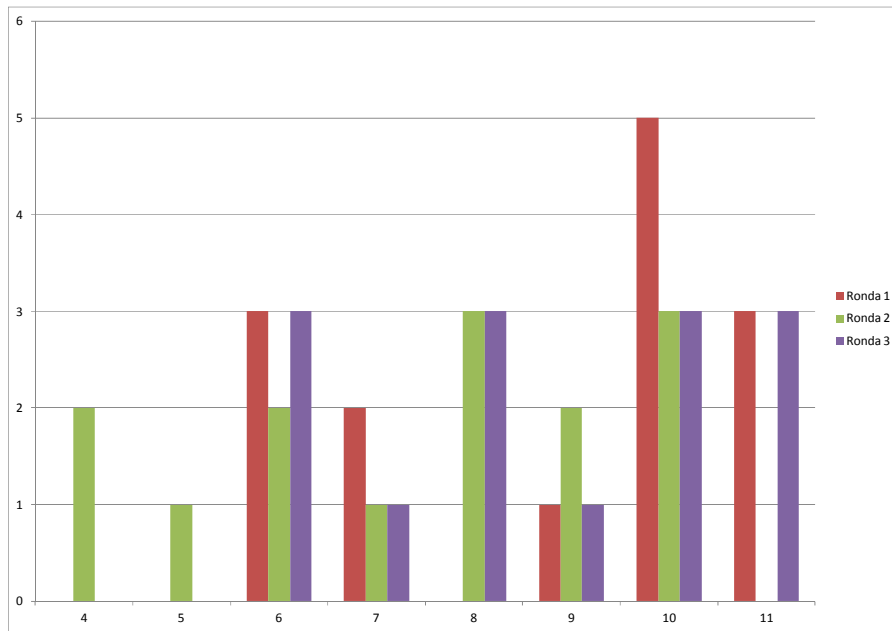
Ustedes son el jugador columna que tiene que elegir la columna. Se hacen tres rondas de mercado. Ustedes tienen que hacer como si los pagos monetarios ficticios fueran pagos monetarios reales.

B. Resultados

Como eran 7 mercados, hay en total 14 niveles de producción cada período (a lo largo de las tres vueltas, hay 42 observaciones).

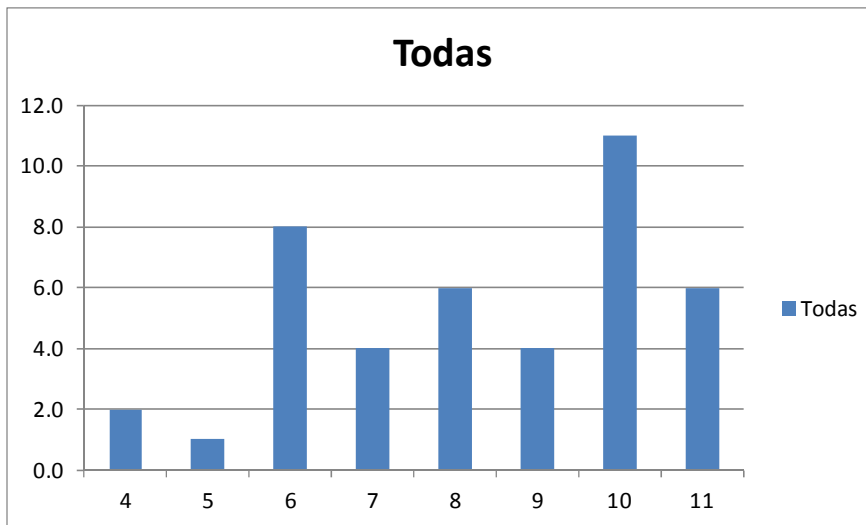
El gráfico 1 muestra las tres rondas lado a lado. Puede pensarse la elección de ustedes como una predicción de cómo hay que jugar este juego. Después lo comparamos con las predicciones del equilibrio de Nash de este juego. El valor de 11 incluye 11 o más.

Gráfico 1. Resultado de las tres rondas en un mismo gráfico



El gráfico 2 agrega los resultados de las tres rondas.

Gráfico 2. Resultado tomando el agregado de las tres rondas



Los estadísticos descriptivos figuran en el siguiente cuadro.

Cuadro 1. Resultados de las tres rondas de juego

	Ronda 1	Ronda 2	Ronda 3	Agregado
Rango	[6,17]	[4,10]	[6,12]	[4,17]
Mediana	10	8	8	8
Media	9.6	7.4	7.4	8.2
Valor modal	10	8 y 10	6, 8 y 10	10

3. Experimento de mercado: discusión

A. Comentarios del curso

Se discutieron las tres rondas:

- (6,6) permite maximización de ganancias conjuntas, pero no es estable
- Ponerse en el lugar del otro: hay que predecir qué va a hacer para ver qué hacer uno mismo: son necesarias creencias o expectativas sobre lo que va a hacer el otro (lo opuesto del autismo)
- No se entiende como jugadores racionales pueden jugar 16 o 17: efectivamente resulta que estas son estrategias que no convienen si se quiere maximizar ganancias, lo mismo sucede con todas las estrategias mayores a 10 (técnicamente son estrategias estrictamente dominadas)
- Con la reiteración del juego bajó producción alta: dejan de ser entonces atractivas las estrategias 4 y 5 (técnicamente está relacionado con la eliminación iterativa de estrategias estrictamente dominadas)
- Incertidumbre frente a lo que va a hacer el otro: conviene jugar entonces (8,8) por esa incertidumbre (técnicamente, las otras estrategias están débilmente dominadas)
- (10,6) permite ganar más que el otro: ¿cuál es el objetivo entonces, maximizar ganancias u otra cosa? Esto es muy interesante porque lleva a la pregunta de qué esperar del juego.

B. Racionalidad de los jugadores desde el punto de vista de maximización de beneficios (el punto de vista de Cournot)

Hubo un 86% de las jugadas que cayeron en el rango [4,10] en las tres rondas, en la clase pasada. Este es el rango que jugarían jugadores racionales. ¿Qué quiere decir esto? La interpretación tradicional tiene que ver con el criterio de maximizar las ganancias monetarias propias. Aplicando ese criterio, surge que hay jugadas donde se gana siempre menos que con otra estrategia (si es que no se pierde plata directamente): esto sucede con las jugadas de 11 o más. Técnicamente reciben el nombre de “estrategias estrictamente dominadas”:

Definición estrategia estrictamente dominada: la estrategia q está *estrictamente dominada* por q' si q siempre da un pago menor que q' (es decir, siempre es peor, no importa lo que haga el otro jugador)

Jugadores racionales, en tanto su objetivo sea el objetivo de maximizar sus ganancias monetarias, no juegan estrategias estrictamente dominadas de 11 en más.

Si se aplica el criterio iterativamente, eliminando aquellas jugadas que están estrictamente dominadas en el juego reducido que abarca las jugadas 4 a 10, sólo quedan las jugadas en el rango [6,10]. Como no es racional jugar 11 o más, deja de ser racional elegir 4 o 5. En el juego en clase, de hecho el 79% de las respuestas del curso en las tres rondas cayeron en el rango [6,10] que elegirían jugadores que aplican iterativamente el concepto de racionalidad: de hecho. Esto quiere decir que se puede interpretar que lo que ustedes hicieron intuitivamente como, en términos formales, la eliminación iterativa de estrategias estrictamente dominadas. Sin embargo, las estrategias de 11 no desaparecieron: luego vamos a dar una interpretación alternativa que no tiene que ver con la irracionalidad de los jugadores.

C. Equilibrio según teoría de los juegos

Viene la definición del concepto básico de equilibrio en economía y ciencias sociales: el de equilibrio de Nash. El equilibrio de Nash es llamado también equilibrio de Cournot-Nash, dado que Cournot fue el primero en plantearlo para el caso del oligopolio (nosotros vemos en particular el caso del duopolio). Lo que se buscan son puntos estables.

Definición equilibrio de Cournot-Nash (en estrategias puras): las estrategias (q_1, q_2) son un *equilibrio de Cournot-Nash* si cada jugador maximiza sus pagos dado lo que hace el otro.

En otras palabras, las estrategias de equilibrio son respuestas óptimas mutuas. Ningún jugador tiene un incentivo para desviarse unilateralmente de ese punto. El equilibrio de Nash involucra (i) racionalidad de jugadores (no jugar estrategias estrictamente dominadas) y (ii) creencias consistentes (o expectativas racionales, donde todos esperan que se jueguen ciertas estrategias en el equilibrio dado por el juego). Es decir, el equilibrio de Nash, además del supuesto racionalidad impone una fuerte restricción sobre las expectativas.

No es tan problemático el supuesto (i) de racionalidad de los jugadores, es decir, que no se juegan estrategias estrictamente dominadas, ya que la mayoría de las jugadas satisficieron esa restricción. Sin embargo, el supuesto (ii) de creencias consistentes, es decir, que todos esperan que suceda lo mismo, es algo mucho más problemático, y de hecho es algo que no se podía asegurar en el juego que ustedes estaban haciendo. En este juego, si se arma la forma normal, resulta que hay cinco equilibrios de Nash, es decir, respuestas óptimas mutuas: $\{(6,10), (7,9), (8,8), (9,7), (10,6)\}$. La multiplicidad de equilibrios complica armar expectativas consistentes, pero enseguida vamos a ver por qué el equilibrio de Nash $(8,8)$ se destaca sobre el resto.

El equilibrio de Nash implica la racionalidad individual, no la racionalidad colectiva: puede no ser un óptimo colectivo desde el punto de vista de los jugadores involucrados (no estamos mirándolo desde el punto de vista de bienestar social de un óptimo de Pareto para toda la sociedad, donde sabemos que el óptimo es el equilibrio de un mercado competitivo). El contraste entre ambos está muy claro si en el juego de Holt, que desarrolla el duopolio de Cournot, lo reducimos a otro juego donde cada jugador tiene

que optar únicamente entre las estrategias 6 y 8. Esto lleva a un dilema del prisionero, como muestra el cuadro que sigue. El óptimo colectivo para los duopolistas es (6,6), que es la solución colusiva. Sin embargo, hay un incentivo individual a desviarse que lleva el equilibrio a (8,8).

Reduciendo el experimento de duopolio a un dilema del prisionero

	6	8
6	81, 81	75, <u>85</u>
8	<u>85</u> , 75	<u>77</u> , <u>77</u>

D. Un refinamiento al equilibrio de Nash

Puede haber otras estrategias que no son siempre peores, como lo son las estrategias estrictamente dominadas, sino que a veces empatan: son las llamadas “estrategias débilmente dominadas”:

Definición estrategia débilmente dominada: la estrategia q está *débilmente dominada* por q' si q siempre da pago menor o igual que q' .

Se pueden jugar estrategias débilmente dominadas en un equilibrio de Nash, ya que para una estrategia dada del otro jugador, que se espera suceda con probabilidad uno, una estrategia débilmente dominada puede empatar a las otras. Es decir, la racionalidad en teoría de juegos, y en economía, no va a exigir no jugar estrategias débilmente dominadas.

Resulta que en el juego reducido que incluye las estrategias 6 a 10, la única estrategia que no está débilmente dominada es la estrategia 8. Como de estos cinco equilibrios de Nash, el único que no implica estrategias débilmente dominadas es el (8,8), es el único equilibrio de Nash que resiste lo que se llaman las sacudidas (*trembling-hand perfect equilibrium*), es decir, que resiste los pequeños errores del otro jugador. En todos los otros equilibrios de Nash, si se introduce una probabilidad infinitesimal ϵ de que el otro jugador no juegue la estrategia de equilibrio sino alguna de las otras cuatro

estrategias en el rango [6,10], con una probabilidad de $\epsilon/4$ cada una, los jugadores van a tener un incentivo para desviarse a 8. Esta es una idea muy linda que introdujo Reinhard Selten. Esta idea permite capturar la decisión bajo incertidumbre a la que estuvieron expuestos ustedes, ya que si bien podrían suponer, quizás, que el otro jugador era racional y jugaría algo en el rango de 6 a 10, no podían saber exactamente qué nivel de producción elegiría en ese rango. Bajo esas condiciones, 8 es la única respuesta óptima.

E. Objetivos de los jugadores

Se planteó una duda interesante respecto a los objetivos de los jugadores. Cournot supone que las empresas maximizan beneficios: supone eso tanto para el monopolio (capítulo 5) como para las distintas estructuras oligopólicas y competitivas (capítulo 7). Este supuesto no es tan trivial.

No es lo mismo (i) ganar lo máximo posible, o principio de maximización de beneficios, que se sigue de la idea de interés propio, que (ii) ganarle al otro, un comportamiento “rivalístico”. El principio (i) es un principio de racionalidad estrecho, donde importan las ganancias monetarias propias únicamente. En cambio, el principio (ii) se puede entender en términos de una función de utilidad que depende tanto de las ganancias propias como de las ganancias del otro: si lo que más me importa es el diferencial de ganancias, entonces mi objetivo está dado por las ganancias propias menos las ganancias del otro jugador.

Ambos objetivos son similares en los juegos de suma cero, donde lo que gana uno lo pierde el otro, pero no es así en los juegos de suma positiva donde ambas partes pueden salir ganando de cooperar. Los juegos de suma cero llevan a una lógica de competencia extrema. Esta lógica extrema puede valer para las competencias deportivas si lo que importa es ganar, ganar y ganar, es decir los resultados y no el proceso de participar en el juego y dar lo mejor de sí. Lo mismo vale para la guerra y, a veces, la política y la economía. En economía se aplica básicamente a los problemas redistributivos puros: si uno tiene más, es porque el otro tiene menos (esto aparece ciertas teorías de explotación del trabajo)

Aunque la consigna que les di de tomar en cuenta sus ganancias monetarias nocionales es compatible con el objetivo (i), puede ser algo ambiguo cómo interpretarlo. De hecho Holt observó algunos comportamientos compatibles con (ii), tal como sucedió en el curso. Las implicancias de los dos diferentes objetivos discutidos antes difieren. En la versión del duopolio de Cournot que hace Charles Holt, nosotros discutimos los equilibrios de Nash tomando como objetivos de los jugadores sus propios pagos monetarios. Ese punto de vista de racionalidad nos llevó a centrarnos en las estrategias entre 6 y 10, que son las únicas que no están estrictamente dominadas después de iterar. Dado eso, dijimos que las estrategias de elegir 11 o más eran irracionales, o, más técnicamente, eran estrategias estrictamente dominadas, ya que siempre llevan a ganar menos que la estrategia de producir 10 (una vez que eliminamos estas estrategias, 4 y 5 también dejaron de tener sentido).

El objetivo (i) llevaría a elegir como equilibrio de Nash (8,8), una vez que se introduce un refinamiento que toma en cuenta el riesgo queda como único equilibrio, como vimos recién. Es decir, dado el objetivo de maximizar los pagos monetarios propios, encontramos en el rango de 6 a 10 un equilibrio de Nash, aquél con las estrategias (8,8), que es el único equilibrio de Nash que no implica estrategias débilmente dominadas — estas son más riesgosas con incertidumbre sobre qué elegirá el otro jugador, es decir, es el único equilibrio de Nash resistente a las sacudidas.

Sin embargo, si el objetivo de los jugadores fuera otro, por ejemplo maximizar la diferencia entre su ganancia monetaria y la del otro jugador (un comportamiento “rivalístico”), las estrategias que son racionales cambian. Si el objetivo de los jugadores fuera ganar más que el otro jugador, ninguno de los equilibrios de Nash identificados antes subsisten: ambos jugadores tienen un incentivo para desviarse y producir más. El objetivo (ii) llevaría a que cada jugador tenga un incentivo unilateral a desviarse de la elección de (8,8) y producir más, ya que si bien pierde plata, pierde menos que el otro. Recién cuando eligieran ambos (11,11) sería compatible con el objetivo (ii): si se desvían para producir más, pierden más que el otro, si se desvían para producir menos, ganan menos que el otro. Esto nos lleva a (11,11) como equilibrio de Nash. Esto puede ayudar a explicar parte de las elecciones, que estuvieron en 11. Es decir, pudo haber habido algo de comportamiento rivalístico en el juego de la clase pasada.

De todos modos, puede ser que interactuaban agentes con diferentes objetivos. Si interactuara un jugador que maximiza beneficios con otros que quiere maximizar la diferencia de ganancias, el equilibrio resultante se puede mostrar que es (6,12). Es decir, mientras que si ambos jugadores tienen comportamiento rivalístico, ambos salen perdiendo, ya que ambos están peor en (11,11) comparado con (8,8), si uno solo tiene ese comportamiento más agresivo, sale ganando ya que lo beneficia producir 12 cuando el otro produce 6, respecto a la alternativa (8,8).

Esto recuerda a Thomas Schelling: si hay un conductor que maneja muy rápido, el que tiene derecho de paso puede tener que dejarlo pasar porque es el único que puede frenar a tiempo: el problema es si ambos van a exceso de velocidad, ya que ninguno puede frenar y se produce un choque.

En líneas generales, sin embargo, los resultados del juego parecen ser mejor explicados por el objetivo (i) que por el objetivo (ii): en la última ronda solo tres jugadores eligieron 11 o 12, contra once cinco jugadores que eligieron entre 6 y 10.

En conclusión, los equilibrios de Nash dependen de los objetivos de los jugadores. Una vez que salimos de lo que postula Cournot, la maximización de beneficios, ya no es tan trivial determinar el equilibrio de Nash (hay que computar las utilidades respectivas).