

**Temas**

1. Experimento de mercado: discusión
2. Análisis en torno a capítulos 4, 5 y 7 de Cournot (1838)

**Desarrollo**

**1. Experimento de mercado: discusión**

**A. Objetivos de los jugadores**

Se planteó una duda interesante respecto a los objetivos de los jugadores. Cournot supone que las empresas maximizan beneficios: supone eso tanto para el monopolio (capítulo 5) como para las distintas estructuras oligopólicas y competitivas (capítulo 7). Este supuesto no es tan trivial.

No es lo mismo (i) ganar lo máximo posible, o principio de maximización de beneficios, que se sigue de la idea de interés propio, que (ii) ganarle al otro, un comportamiento “rivalístico”. El principio (i) es un principio de racionalidad estrecho, donde importan las ganancias monetarias propias únicamente. En cambio, el principio (ii) se puede entender en términos de una función de utilidad que depende tanto de las ganancias propias como de las ganancias del otro: si lo que más me importa es el diferencial de ganancias, entonces mi objetivo está dado por las ganancias propias menos las ganancias del otro jugador.

Ambos objetivos son similares en los juegos de suma cero, donde lo que gana uno lo pierde el otro, pero no es así en los juegos de suma positiva donde ambas partes pueden salir ganando de cooperar. Los juegos de suma cero llevan a una lógica de competencia extrema. Esta lógica extrema puede valer para las competencias deportivas si lo que importa es ganar, ganar y ganar, es decir los resultados y no el proceso de participar en el

juego y dar lo mejor de sí. Lo mismo vale para la guerra y, a veces, la política y la economía. En economía se aplica básicamente a los problemas redistributivos puros: si uno tiene más, es porque el otro tiene menos (esto va a aparecer también en ciertas teorías de explotación del trabajo)

Aunque la consigna que les di de tomar en cuenta sus ganancias monetarias nocionales es compatible con el objetivo (i), puede ser algo ambiguo cómo interpretarlo. De hecho Holt observó algunos comportamientos compatibles con (ii), tal como sucedió en el curso. Después discutimos las implicancias diferenciales de estos objetivos.

## **B. Racionalidad de los jugadores desde el punto de vista de maximización de beneficios (el punto de vista de Cournot)**

Hubo un 83% de las jugadas que cayeron en el rango [4,10] en las tres rondas, en la clase pasada. Este es el rango que jugarían jugadores racionales. ¿Qué quiere decir esto? La interpretación tradicional tiene que ver con la racionalidad económica estrecha, es decir con el criterio (i) de maximizar las ganancias monetarias propias.

Aplicando el criterio (i), surge que hay jugadas donde se gana siempre menos que con otra estrategia (si es que no se pierde plata directamente): esto sucede con las jugadas de 11 o más. Técnicamente reciben el nombre de “estrategias estrictamente dominadas”:

*Definición* “estrategia estrictamente dominada”: la estrategia  $q$  está estrictamente dominada por  $q'$  si  $q$  siempre da un pago menor que  $q'$  (es decir, siempre es peor, no importa lo que haga el otro jugador)

Jugadores racionales, en tanto su objetivo sea el objetivo (i) de maximizar sus ganancias monetarias, no juegan estrategias estrictamente dominadas de 11 en más.

Si se aplica el criterio iterativamente, eliminando aquellas jugadas que están estrictamente dominadas en el juego reducido que abarca las jugadas 4 a 10, sólo quedan las jugadas en el rango [6,10]. Como no es racional jugar 11 o más, deja de ser racional elegir 4 o 5. En el juego en clase, de hecho el 78% de las respuestas del curso en las tres rondas cayeron en el rango [6,10] que elegirían jugadores que aplican iterativamente el

concepto de racionalidad: de hecho, solo eligieron 4 o 5 en la primera ronda, luego abandonaron esas estrategias. Esto quiere decir que se puede interpretar que lo que ustedes hicieron intuitivamente como, en términos formales, la eliminación iterativa de estrategias estrictamente dominadas. Sin embargo, las estrategias de 11 no desaparecieron: luego vamos a dar una interpretación alternativa que no tiene que ver con la irracionalidad de los jugadores.

### **C. Equilibrio según teoría de los juegos**

Viene la definición del concepto básico de equilibrio en economía y ciencias sociales:

*Definición* “equilibrio de Nash (en estrategias puras)”: son las estrategias  $(q_1, q_2)$  tal que cada jugador maximiza sus pagos dado lo que hace el otro.

En otras palabras, las estrategias de equilibrio son respuestas óptimas mutuas. Ningún jugador tiene un incentivo para desviarse unilateralmente de ese punto. El equilibrio de Nash es llamado también equilibrio de Cournot-Nash, dado que Cournot fue el primero en plantearlo para el caso particular del duopolio.

El equilibrio de Nash involucra (i) racionalidad de jugadores (no jugar estrategias estrictamente dominadas) y (ii) expectativas consistentes (o expectativas racionales, donde todos esperan que se jueguen ciertas estrategias en el equilibrio dado por el juego). Es decir, el equilibrio Nash, además del supuesto racionalidad, impone una fuerte restricción sobre las expectativas.

No es tan problemático el supuesto (i) de racionalidad de los jugadores, es decir, que no se juegan estrategias estrictamente dominadas, ya que la mayoría de las jugadas satisficieron esa restricción. Sin embargo, el supuesto (ii) de expectativas consistentes, es decir, que todos esperan que suceda lo mismo, es algo mucho más problemático, y de hecho es algo que no se podía asegurar en el juego que ustedes estaban haciendo. En este juego, si se arma la forma normal, resulta que hay cinco equilibrios de Nash, es decir, respuestas óptimas mutuas:  $\{(6,10), (7,9), (8,8), (9,7), (10,6)\}$ . La multiplicidad de

equilibrios complica armar expectativas consistentes, pero enseguida vamos a ver por qué el equilibrio de Nash (8,8) se destaca sobre el resto.

El equilibrio de Nash implica la racionalidad individual, no la racionalidad colectiva: puede no ser un óptimo colectivo desde el punto de vista de los jugadores involucrados (no estamos mirándolo desde el punto de vista de bienestar social de un óptimo de Pareto para toda la sociedad, donde sabemos que el óptimo es el equilibrio de un mercado competitivo). El contraste entre ambos está muy claro si en el juego de Holt, que desarrolla el duopolio de Cournot, lo reducimos a otro juego donde cada jugador tiene que optar únicamente entre las estrategias 6 y 8. Esto lleva a un dilema del prisionero. El óptimo colectivo para los duopolistas es (6,6), que es la solución colusiva. Sin embargo, hay un incentivo individual a desviarse.

#### **D. Un refinamiento al equilibrio de Nash**

Puede haber otras estrategias que no son siempre peores, como lo son las estrategias estrictamente dominadas, sino que a veces empatan: son las “estrategias débilmente dominadas”:

*Definición* “estrategia débilmente dominada”: la estrategia  $q$  está débilmente dominada por  $q'$  si  $q$  siempre da pago menor o igual que  $q'$ .

Se pueden jugar estrategias débilmente dominadas en un equilibrio de Nash, ya que para una estrategia dada del otro jugador, que se espera suceda con probabilidad uno, una estrategia débilmente dominada puede empatar a las otras. Es decir, la racionalidad en teoría de juegos, y en economía, no va a exigir no jugar estrategias débilmente dominadas.

Resulta que en el juego reducido que incluye las estrategias 6 a 10, la única estrategia que no está débilmente dominada es la estrategia 8. Como de estos cinco equilibrios de Nash, el único que no implica estrategias débilmente dominadas es el (8,8), es el único equilibrio de Nash que resiste lo que se llaman las sacudidas (“trembling-hand perfect equilibrium”), es decir, que resiste los pequeños errores del otro jugador. En todos los

otros equilibrios de Nash, si se introduce una probabilidad infinitesimal  $\epsilon$  de que el otro jugador no juegue la estrategia de equilibrio sino alguna de las otras cuatro estrategias en el rango [6,10], con una probabilidad de  $\epsilon/4$  cada una, los jugadores van a tener un incentivo para desviarse a 8.

Esta es una idea muy linda que introdujo Reinhard Selten. Esta idea permite capturar la decisión bajo incertidumbre a la que estuvieron expuestos ustedes, ya que si bien podrían suponer, quizás, que el otro jugador era racional y jugaría algo en el rango de 6 a 10, no podían saber exactamente qué nivel de producción elegiría en ese rango. Bajo esas condiciones, 8 es la única respuesta óptima. De hecho, este fue el valor modal que eligieron, como vimos antes, así que implícitamente estuvieron empleando un refinamiento del equilibrio de Nash.

### **E. Implicancias del segundo objetivos discutidos antes o: ¿racionalidad en referencia a qué?**

Las implicancias de los dos diferentes objetivos discutidos antes difieren.

En la versión del duopolio de Cournot que hace Charles Holt, nosotros discutimos los equilibrios de Nash tomando como objetivos de los jugadores sus propios pagos monetarios. Ese punto de vista de racionalidad nos llevó a centrarnos en las estrategias entre 6 y 10, que son las únicas que no están estrictamente dominadas después de iterar. Dado es, dijimos que las estrategias de elegir 11 o más eran irracionales, o, más técnicamente, eran estrategias estrictamente dominadas, ya que siempre llevan a ganar menos que la estrategia de producir 10 (una vez que eliminamos estas estrategias, 4 y 5 también dejaron de tener sentido).

El objetivo (i) llevaría a elegir como equilibrio de Nash (8,8), una vez que se introduce un refinamiento que toma en cuenta el riesgo queda como único equilibrio, como vimos recién. Es decir, dado el objetivo de maximizar los pagos monetarios propios, encontramos en el rango de 6 a 10 un equilibrio de Nash, aquél con las estrategias (8,8), que es el único equilibrio de Nash que no implica estrategias débilmente dominadas — estas son más riesgosas con incertidumbre sobre qué elegirá el otro jugador, es decir, es el único equilibrio de Nash resistente a las sacudidas.

Sin embargo, si el objetivo de los jugadores fuera otro, por ejemplo maximizar la diferencia entre su ganancia monetaria y la del otro jugador (un comportamiento “rivalístico”), las estrategias que son racionales cambian. Si el objetivo de los jugadores fuera ganar más que el otro jugador, ninguno de los equilibrios de Nash identificados antes subsisten: ambos jugadores tienen un incentivo para desviarse y producir más. El objetivo (ii) llevaría a que cada jugador tenga un incentivo unilateral a desviarse de la elección de (8,8) y producir más, ya que si bien pierde plata, pierde menos que el otro. Recién cuando eligieran ambos (11,11) sería compatible con el objetivo (ii): si se desvían para producir más, pierden más que el otro, si se desvían para producir menos, ganan menos que el otro. Esto nos lleva a (11,11) como equilibrio de Nash. Esto puede ayudar a explicar parte de las elecciones, que estuvieron en 11. Es decir, pudo haber habido algo de comportamiento rivalístico en el juego de la clase pasada.

En líneas generales, sin embargo, los resultados del juego parecen ser mejor explicados por el objetivo (i) que por el objetivo (ii): en la última ronda solo dos jugadores eligieron 11 contra cinco jugadores que eligieron 8 (en las tres rondas, los números son seis que prefirieron 11 contra diez que prefirieron 8).

De todos modos, puede ser que interactuaban agentes con diferentes objetivos. Si interactuara un jugador que maximiza beneficios con otros que quiere maximizar la diferencia de ganancias, el equilibrio resultante se puede mostrar que es (6,12). Es decir, mientras que si ambos jugadores tienen comportamiento rivalístico, ambos salen perdiendo, ya que ambos están peor en (11,11) comparado con (8,8), si uno solo tiene ese comportamiento más agresivo, sale ganando ya que lo beneficia producir 12 cuando el otro produce 6, respecto a la alternativa (8,8).

Esto recuerda a Thomas Schelling: si hay un conductor que maneja muy rápido, el que tiene derecho de paso puede tener que dejarlo pasar porque es el único que puede frenar a tiempo: el problema es si ambos van a exceso de velocidad, ya que ninguno puede frenar y se produce un choque.

En conclusión, los equilibrios de Nash dependen de los objetivos de los jugadores. Una vez que salimos de lo que postula Cournot, la maximización de beneficios, ya no es tan trivial determinar el equilibrio de Nash (hay que computar las utilidades respectivas).

### 3. Análisis en torno a los capítulos 4, 5 y 7 de Cournot (1838)

Ahora vamos a ver un caso particular de las ecuaciones de Cournot que están detrás del experimento de Holt, usando curvas de demanda lineales en el precio.

#### A. Demanda de mercado

Suponemos que el precio de mercado

$$p = f(D)$$

toma la forma simple

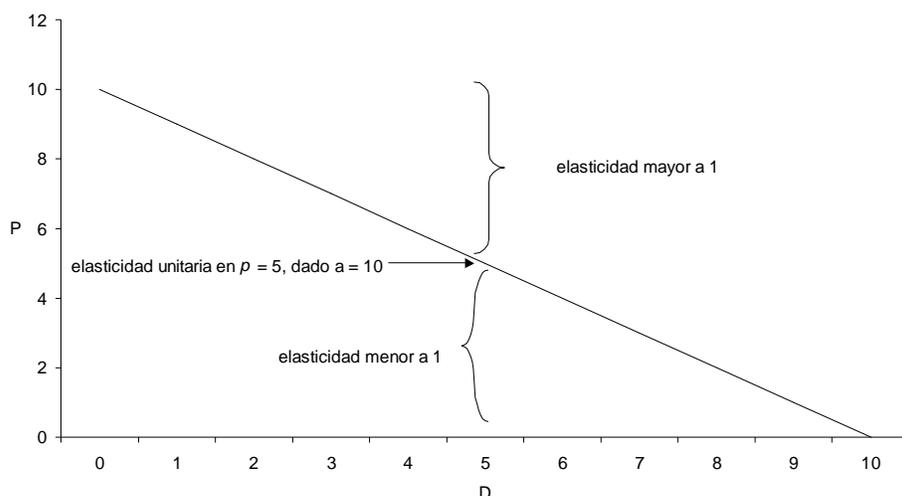
$$p = a - D = a - (D_1 + D_2).$$

Es decir, el precio igual una constante menos la suma de producción de las dos firmas (en el caso general, van a ser  $n$  firmas:  $D = \sum_{j=1}^n D_j = D_i + \sum_{j \neq i} D_j$ ). Esta formulación lineal implica que la elasticidad precio de la demanda de mercado varía a lo largo de la curva:

$$\eta_{p,D} \equiv -\frac{dD}{dp} \frac{p}{D} = 1 - \frac{p}{a-p},$$

por lo que la elasticidad es uno cuando  $p = a - p$ , es decir cuando  $p = a/2$ . Para  $p < a/2$ , la elasticidad es menor a 1, mientras que para  $p > a/2$  la elasticidad es mayor a 1. Esto se representa en el gráfico abajo donde la cantidad está en las abscisas y el precio en las ordenadas.

**Gráfico 1. Curva de demanda de mercado**



Cournot tiene un enfoque más general en su capítulo 4, ya que sólo supone que hay una relación inversa (negativa) entre precio y cantidad.

Cabe aclarar que Cournot usó el concepto de elasticidad, aunque no le puso nombre: dice que una empresa monopolística siempre va a querer subir el precio si está en lo que corresponde de hecho al tramo inelástico de la curva de demanda. Según argumenta en el capítulo 5 sobre monopolio, si los costos de producción marginales son nulos, elige como óptimo lo que corresponde para nosotros al punto de elasticidad unitaria, ya que es el que maximiza el ingreso (que iguala los beneficios en este contexto de costos de producción nulos).

## **B. Funciones de beneficio o ingresos netos**

Dada la función de beneficios de cada empresa  $i$ , para  $i=1,2$ ,

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c ,$$

donde se supone que hay un costo marginal constante de  $c$  para producir (en lugar de 0, como en el capítulo 7 de Cournot), y reemplazando  $f(D)$  por el precio de mercado, se tiene que

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c = D_i (a - (D_i + D_{-i}) - c).$$

### **C. Caso del duopolio: cantidad como variable de decisión**

Para el caso de monopolio, la variable de decisión que considera Cournot es el precio (aunque en un contexto determinista da lo mismo decidir precio que cantidad). En cambio, una vez que considera más de una empresa, pasa a tomar como variable de decisión a la cantidad de producción. Bertrand lo va a criticar duramente por eso (el resultado de Bertrand, si se decide precios, es que con dos o más empresas el precio va a terminar en el nivel competitivo).

Uno puede reconocer que la variable de decisión de las empresas es típicamente el precio, excepto en el caso límite de un sistema perfectamente competitivo donde cada oferente es precio-aceptante, ya que el precio lo determina el mercado y puede ofrecer todo lo que quiere a ese precio (la curva de demanda que enfrenta cada empresa es horizontal). Sin embargo, justamente la interpretación que Ivan Png, en su libro *Managerial economics*, da del modelo de Cournot es que lo que es difícil de ajustar en el corto plazo es el nivel de producción; en cambio, en Cournot el oferente implícitamente puede adecuar inmediatamente sus precios a los precios de la competencia para no quedar fuera del mercado, dado que es un bien perfectamente homogéneo desde el punto de vista de los demandantes (tiene que haber cierta diferenciación de productos para que aparezca poder de mercado).

En cambio, el modelo de Bertrand supone que una vez que puso el precio, la empresa no lo puede ajustar frente al precio de la competencia, así que queda fuera del mercado el que tiene un costo más alto. Por eso, Png considera que el modelo de Bertrand sirve para modelar una licitación, donde el postor que ofrece el menor precio se queda con todo, en cambio la cantidad generalmente no es una limitación para los oferentes.

### **D. Problema de elección de cantidad óptima por parte de las dos firmas**

Cuando cada empresa maximiza sus beneficios, Cournot reconoce que son una función de la producción de ambas firmas:

$$\pi_i = \pi_i(D_i, D_{-i}) .$$

La condición de primer orden, maximizando con respecto a su propio nivel de producción  $D_i$  y tomando como dada la producción  $D_{-i}$  de la otra firma, es para el caso particular de la demanda lineal:

$$D_i = \frac{a - D_{-i} - c}{2} .$$

La condición de segundo orden se cumple, ya que la derivada segunda es  $-2 < 0$ . En la terminología moderna, son las funciones de respuesta óptima de cada empresa.

Cournot planteó una solución gráfica donde se intersectaban las curvas de ambas empresas, sus funciones de respuesta óptima:

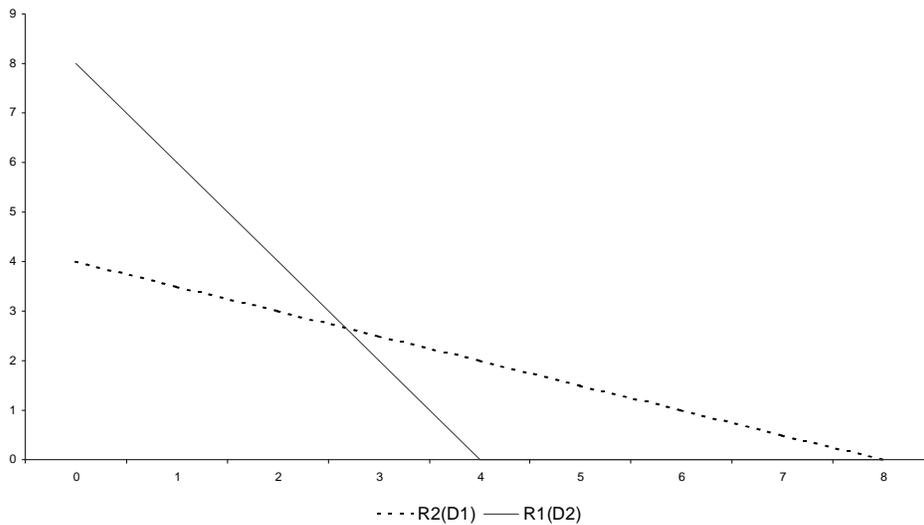
$$D_1^* = R_1(D_2) = \frac{a - D_2 - c}{2},$$

$$D_2^* = R_2(D_1) = \frac{a - D_1 - c}{2}.$$

Resolviendo este sistema lineal simple, la solución de equilibrio es  $D_1^* = D_2^* = \frac{a-c}{3}$ . Esto se puede graficar al modo de Cournot en el gráfico que sigue, donde la intersección corresponde al equilibrio Nash, o equilibrio Cournot-Nash, ya que Cournot planteó y resolvió un ejemplo concreto primero. En el eje de las abscisas se presenta la cantidad  $D_1$ , mientras que el eje de las ordenadas se representa la cantidad  $D_2$ . Las funciones de respuesta óptima son lineales en la cantidad que produce el otro, por lo que gráficamente se representan por rectas. Se toman los siguientes parámetros:  $a = 10$ ,  $c = 2$ , por lo que

$$D_1^* = D_2^* = \frac{8}{3}.$$

**Gráfico 2. Respuestas óptimas de cada empresa**



El equilibrio se puede interpretar como la intersección de las funciones de respuesta óptima, es decir, como respuestas óptimas mutuas, que es la manera de caracterizar cualquier equilibrio Nash.

### **E. La perspectiva de Nash**

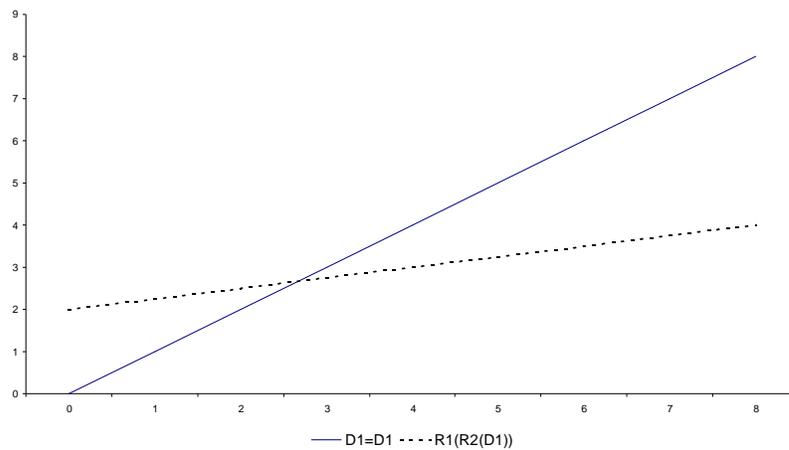
Hay una manera de representar gráficamente el equilibrio de este modelo que lo lleva a ver como un punto fijo, que es la perspectiva que adoptó John Nash cuando discutió este problema.

Veamos esto gráficamente, dado el hecho de que  $D_1 = R_1(D_2)$  y  $D_2 = R_2(D_1)$ . Partiendo de un punto arbitrario  $D_1$ , se puede ver la respuesta óptima  $D_2^*$  del jugador 2 y la respuesta óptima  $D_1^*$  del jugador 1 a la respuesta óptima del jugador 2:

$$D_1^* = R_1(D_2^*) = R_1(R_2(D_1)) = \frac{1}{2} \left( a - \frac{a - D_1 - c}{2} - c \right) = \frac{a - c}{4} + \frac{D_1}{4}.$$

Esto se puede graficar como sigue:

**Gráfico 3. Respuesta óptima de empresa 1 a respuesta óptima de empresa 2**



Cuando esta función de respuesta óptima de 1 a la respuesta óptima de 2 interseca la recta de 45 grados, es un punto fijo: el punto de partida inicial de 1 coincide con la respuesta óptima de 1 a lo que hace 2. La respuesta es la misma que antes: Nash usó esta idea de punto fijo para demostrar la existencia de un equilibrio en un contexto diferente, un número finito de estrategias puras pero donde se admiten estrategias mixtas.

### **F. ¿Cómo se llega al equilibrio?**

Vimos que el equilibrio de Nash tiene dos partes, la parte (i) de racionalidad de los jugadores, que lleva a jugar la respuesta óptima a lo que hace el otro jugador, y la parte (ii) de expectativas consistentes, donde es de dominio público qué va a hacer cada jugador.

Cournot no solo planteó la cuestión de cuál es el equilibrio, sino que se preguntó acerca de cómo se podía llegar al equilibrio. La pregunta de Cournot se puede relacionar a la pregunta acerca de dónde salen las expectativas consistentes que corresponden a la intersección de las dos funciones de respuesta óptima del gráfico 4, donde ambas empresas están optimizando mutuamente y esperan que la otra lo haga también.

No es obvio cómo surgen las expectativas comunes del equilibrio Cournot-Nash sobre qué va a hacer cada jugador. Para eso Cournot propuso un proceso de prueba o error. Cournot describió que el proceso para llegar al equilibrio, y para que las expectativas se correspondan a estrategias de equilibrio, es un proceso de tanteo (*tâtonnement*). En esta

idea de tanteo, los jugadores responden óptimamente a la estrategia pasada del otro jugador (no a la estrategia actual). Sin embargo, en este caso convergen al equilibrio de Nash, como mostramos en clase.

Esta idea es desarrollada por la teoría de juegos evolutiva como la dinámica de mejor respuesta, o “best-response dynamics”, donde cada jugador optimiza respecto a las acciones pasadas de los otros jugadores, dándole un carácter adaptativo al juego. La teoría de juegos evolutiva estudia la conducta de agentes limitadamente racionales, que no calculan lo que el otro jugador hace, sino que eligen la respuesta óptima a lo que hizo en el período anterior, para estudiar las estrategias evolutivamente estables. A veces sólo algunas de las estrategias de los equilibrios de Nash resultan ser evolutivamente estables. Esta dinámica parece representar cómo se juega en algunos contextos experimentales.

En otras palabras, Cournot anticipa con su ejemplo de duopolio las dos corrientes principales de teoría de juegos: la idea de equilibrio de Nash con jugadores absolutamente racionales y la dinámica de respuesta óptima fuera de equilibrio con jugadores limitadamente racionales.

### **G. Caso general de Cournot con demanda lineal**

Cournot también planteó el caso cuando  $n$  crece indefinidamente, lo que llamó concurrencia indefinida en su capítulo 8, o competencia perfecta en el uso actual. Si tenemos que la producción de mercado

$$D = \sum_{j=1}^n D_j = D_i + \sum_{j \neq i} D_j,$$

y que por simetría todas las otras firmas producen lo mismo (ya que enfrentan la misma demanda y tienen costos marginales iguales),  $D = D_i + (n-1)D_{-i}$ , tenemos que

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c = D_i (a - (D_i + (n-1)D_{-i}) - c).$$

La condición de primer orden nos lleva a que:

$$D_i = \frac{a - (n-1)D_{-i} - c}{2} .$$

Si tomamos en cuenta que en equilibrio  $D_i = D_{-i}$  , entonces

$$D_i = \frac{a - c}{n+1} .$$

Como la producción total está dada por  $D = nD_i$  , el precio de mercado es

$$p = a - D = a - n \frac{a - c}{n+1} .$$

Con muchas empresas, para  $n$  aumentando sin límite, se tiene que

$$p = a - a + c = c .$$

Es decir, de Cournot se deriva el principio de que en competencia perfecta el precio iguala al costo marginal. De aquí sale la curva de oferta (algo que Cournot no graficó, a diferencia de la curva de demanda). Cournot modela la competencia perfecta como el límite de un juego con innumerables empresas.