

**Temas**

1. Experimento de mercado basado en duopolio Cournot
2. Experimento de mercado: discusión
3. Análisis en torno a capítulos 4, 5 y 7 de Cournot (1838)

**Desarrollo**

**1. Experimento de mercado basado en duopolio Cournot**

**A. Instrucciones**

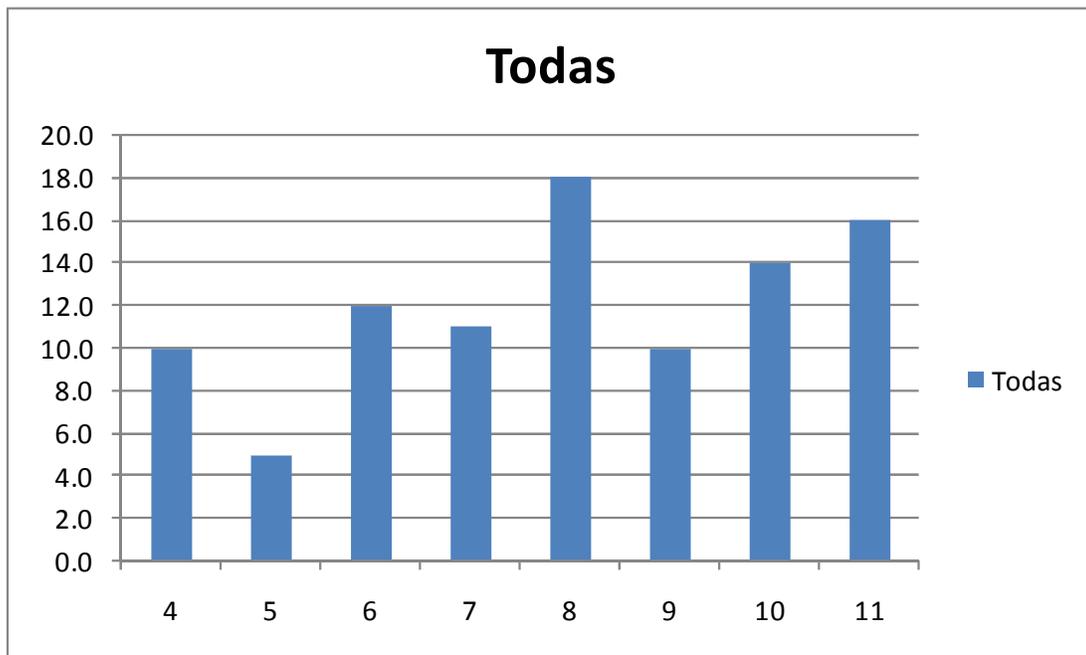
Este experimento está tomado de un artículo de Charles Holt que salió en el volumen 75 del *American Economic Review*. Hay dos empresas, fila (empresa 1) y columna (empresa 2). Las estrategias de cada empresa son niveles de producción  $q = 4,5,6,\dots,22$ . Las empresas eligen simultáneamente el nivel de producción. Los beneficios o pagos de cada empresa  $(\pi_1, \pi_2)$  dependen de los niveles de producción  $(q_1, q_2)$ .

Ustedes son el jugador columna que tiene que elegir la columna. Se hacen tres rondas de mercado. Ustedes tienen que hacer como si los pagos monetarios ficticios fueran pagos monetarios reales.

**B. Resultados**

El gráfico 1 suma los resultados de las tres rondas. Como eran 16 mercados, hay en total 32 niveles de producción cada período (a lo largo de las tres vueltas, hay 96 observaciones). Están agrupados todos los valores igual a 11 o más, ya que están fuera del rango que elegirían jugadores racionales, como veremos enseguida.

**Gráfico 1. Resultado tomando el promedio de las tres rondas**



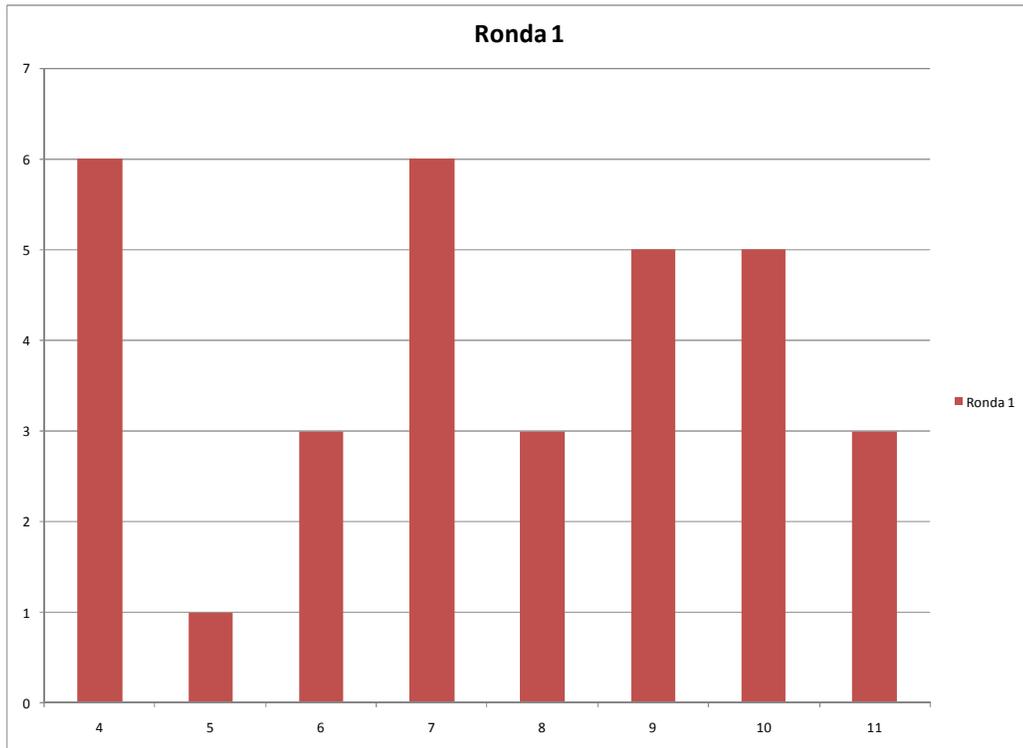
El valor modal, o la elección más común, en las tres rondas fue jugar 8, elegido 18 veces (el valor promedio fue de 8.3).

Haciendo un histograma de las sucesivas rondas, tenemos el gráfico 2. Esto de aglutinarse en el valor de 8 se acentúa con el paso de las rondas. Es decir, el grupo comenzó a concentrarse en el valor modal de 8 a medida que avanzaban las rondas: en la ronda 2 empata con las estrategias más extremas de 11 o más, y surge como clara favorita recién en la ronda 3. Puede pensarse la elección de ustedes como una predicción de cómo hay que jugar este juego.

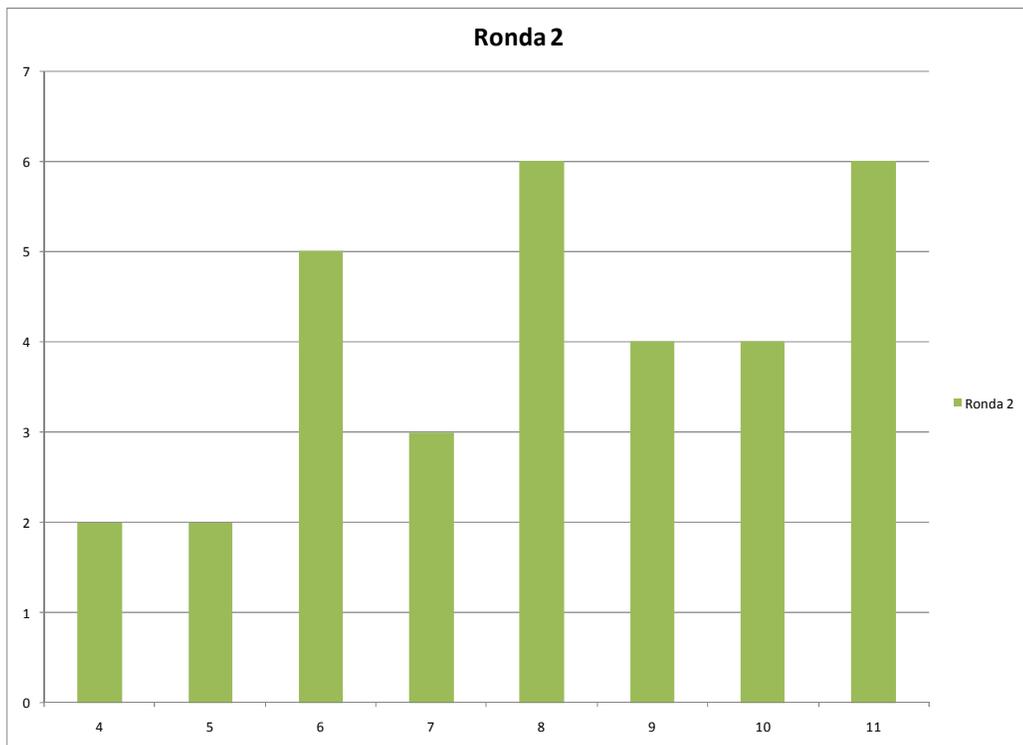
El valor mediano en las sucesivas rondas muestra un patrón similar: 7.5, 8 y 8. La media, que está más afectada por los valores extremos, fue por su parte de 7.8, 8.5 y 8.7.

## Gráfico 2. Resultado en cada una de las tres rondas

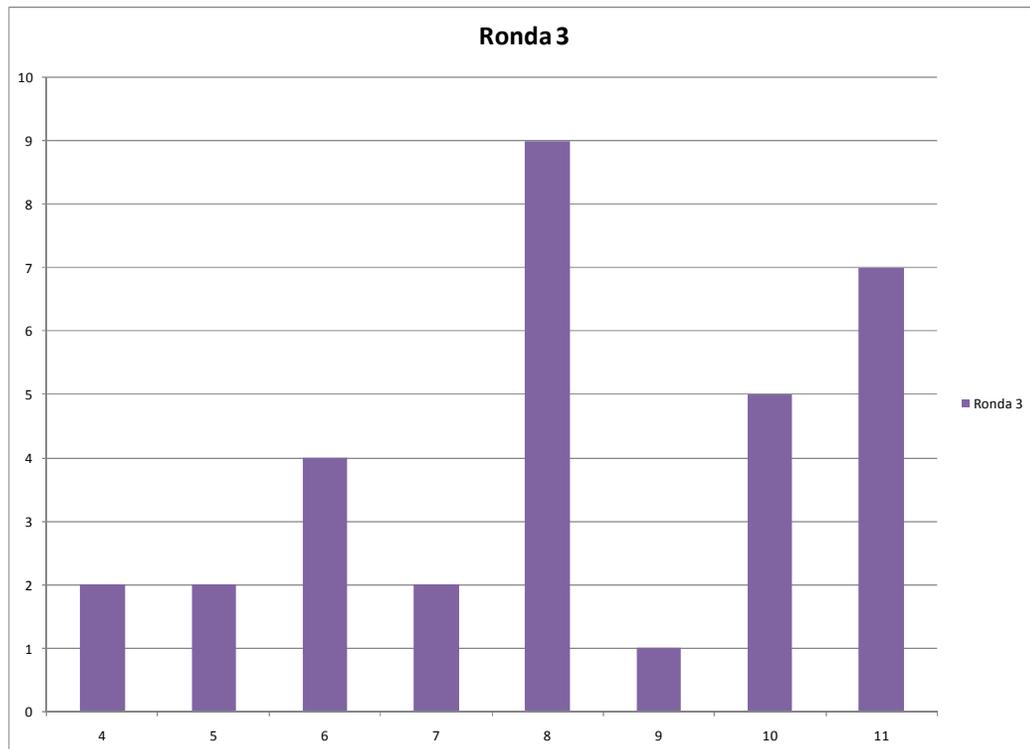
### A. Ronda 1



### B. Ronda 2



### C. Ronda 3



## 2. Experimento de mercado: discusión

### A. Objetivos de los jugadores

Se planteó una duda interesante respecto a los objetivos de los jugadores. Cournot supone que las empresas maximizan beneficios: supone eso tanto para el monopolio (capítulo 5) como para las distintas estructuras oligopólicas y competitivas (capítulo 7). Este supuesto no es tan trivial.

No es lo mismo (i) ganar lo máximo posible, o principio de maximización de beneficios, que se sigue de la idea de interés propio, que (ii) ganarle al otro, un comportamiento “rivalístico”. El principio (i) es un principio de racionalidad estrecho, donde importan las ganancias monetarias propias únicamente. En cambio, el principio (ii) se puede entender en términos de una función de utilidad que depende tanto de las ganancias propias como de las ganancias del otro: si lo que más me importa es el

diferencial de ganancias, entonces mi objetivo está dado por las ganancias propias menos las ganancias del otro jugador.

Ambos objetivos son similares en los juegos de suma cero, donde lo que gana uno lo pierde el otro, pero no es así en los juegos de suma positiva donde ambas partes pueden salir ganando de cooperar. Los juegos de suma cero llevan a una lógica de competencia extrema. Esta lógica extrema puede valer para las competencias deportivas si lo que importa es ganar, ganar y ganar, es decir los resultados y no el proceso de participar en el juego y dar lo mejor de sí. Lo mismo vale para la guerra y, a veces, la política y la economía. En economía se aplica básicamente a los problemas redistributivos puros: si uno tiene más, es porque el otro tiene menos (esto va a aparecer también en ciertas teorías de explotación del trabajo)

Aunque la consigna que les di de tomar en cuenta sus ganancias monetarias nocionales es compatible con el objetivo (i), puede ser algo ambiguo cómo interpretarlo. De hecho Holt observó algunos comportamientos compatibles con (ii), tal como sucedió en el curso. Después discutimos las implicancias diferenciales de estos objetivos.

## **B. Racionalidad de los jugadores**

Hubo un 83% de las jugadas que cayeron en el rango [4,10] en las tres rondas. Este es el rango que jugarían jugadores racionales. ¿Qué quiere decir esto? La interpretación tradicional tiene que ver con la racionalidad económica estrecha, es decir con el criterio (i) de maximizar las ganancias monetarias propias.

Aplicando el criterio (i), surge que hay jugadas donde se gana siempre menos que con otra estrategia (si es que no se pierde plata directamente): esto sucede con las jugadas de 11 o más. Técnicamente reciben el nombre de “estrategias estrictamente dominadas”:

*Definición* “estrategia estrictamente dominada”: la estrategia  $q$  está estrictamente dominada por  $q'$  si  $q$  siempre da un pago menor que  $q'$  (es decir, siempre es peor, no importa lo que haga el otro jugador)

Jugadores racionales, en tanto su objetivo sea el objetivo (i) de maximizar sus ganancias monetarias, no juegan estrategias estrictamente dominadas de 11 en más.

Si se aplica el criterio iterativamente, eliminando aquellas jugadas que están estrictamente dominadas en el juego reducido que abarca las jugadas 4 a 10, sólo quedan las jugadas en el rango [6,10]. Como no es racional jugar 11 o más, deja de ser racional elegir 4 o 5. En el juego en clase, de hecho el 68% de las respuestas del curso en las tres rondas cayeron en el rango [6,10] que elegirían jugadores que aplican iterativamente el concepto de racionalidad. Esto quiere decir que se puede interpretar que lo que ustedes hicieron como la eliminación iterativa de estrategias estrictamente dominadas. A medida que avanzó el juego, cada vez menos jugadores seleccionaron las estrategias 4 y 5 (sin embargo, las estrategias extremas de 11 o más aumentaron, lo que tiene interpretaciones diversas).

### **C. Equilibrio según teoría de los juegos**

Viene la definición del concepto básico de equilibrio en economía y ciencias sociales:

*Definición* “equilibrio de Nash (en estrategias puras)”: son las estrategias  $(q_1, q_2)$  tal que cada jugador maximiza sus pagos dado lo que hace el otro.

En otras palabras, las estrategias de equilibrio son respuestas óptimas mutuas. Ningún jugador tiene un incentivo para desviarse unilateralmente de ese punto. El equilibrio de Nash es llamado también equilibrio de Cournot-Nash, dado que Cournot fue el primero en plantearlo para el caso particular del duopolio.

El equilibrio de Nash involucra (i) racionalidad de jugadores (no jugar estrategias estrictamente dominadas) y (ii) expectativas consistentes (“expectativas racionales”: todos esperan que se jueguen ciertas estrategias en el equilibrio dado). Es decir, el equilibrio Nash, además del supuesto racionalidad, impone una fuerte restricción sobre las expectativas.

No es tan problemático el supuesto (i) de racionalidad de los jugadores, es decir, que no se juegan estrategias estrictamente dominadas, ya que la mayoría de las jugadas

satisficieron esa restricción. Sin embargo, el supuesto (ii) de expectativas consistentes, es decir, que todos esperan que suceda lo mismo, es algo mucho más problemático, y de hecho es algo que no se podía asegurar en el juego que ustedes estaban haciendo.

#### **D. Aplicación de concepto de equilibrio al juego en clase**

En este juego, si se arma la forma normal, resulta que hay cinco equilibrios de Nash, es decir, respuestas óptimas mutuas:  $\{(6,10), (7,9), (8,8), (9,7), (10,6)\}$ .

El equilibrio de Nash implica la racionalidad individual, no la racionalidad colectiva: puede no ser un óptimo colectivo desde el punto de vista de los jugadores involucrados (no estamos mirándolo desde el punto de vista de bienestar social de un óptimo de Pareto para toda la sociedad, donde sabemos que el óptimo es el equilibrio de un mercado competitivo). El contraste entre ambos está muy claro si en el juego de Holt, que desarrolla el duopolio de Cournot, lo reducimos a otro juego donde cada jugador tiene que optar únicamente entre las estrategias 6 y 8. Esto lleva a un dilema del prisionero. El óptimo colectivo para los duopolistas es  $(6,6)$ , que es la solución colusiva. Sin embargo, hay un incentivo individual a desviarse.

#### **E. Un refinamiento al equilibrio de Nash**

Puede haber otras estrategias que no son siempre peores, como lo son las estrategias estrictamente dominadas, sino que a veces empatan: son las “estrategias débilmente dominadas”:

*Definición* “estrategia débilmente dominada”: la estrategia  $q$  está débilmente dominada por  $q'$  si  $q$  siempre da pago menor o igual que  $q'$ .

Se pueden jugar estrategias débilmente dominadas en un equilibrio de Nash, ya que para una estrategia dada del otro jugador, que se espera suceda con probabilidad uno, una estrategia débilmente dominada puede empatar a las otras. Es decir, la racionalidad en

teoría de juegos, y en economía, no va a exigir no jugar estrategias débilmente dominadas.

Resulta que en el juego reducido que incluye las estrategias 6 a 10, la única estrategia que no está débilmente dominada es la estrategia 8. Como de estos cinco equilibrios de Nash, el único que no implica estrategias débilmente dominadas es el (8,8), es el único equilibrio de Nash que resiste lo que se llaman las sacudidas (“trembling-hand perfect equilibrium”), es decir, que resiste los pequeños errores del otro jugador. En todos los otros equilibrios de Nash, si se introduce una probabilidad infinitesimal  $\epsilon$  de que el otro jugador no juegue la estrategia de equilibrio sino alguna de las otras cuatro estrategias en el rango [6,10], con una probabilidad de  $\epsilon/7$  cada una, los jugadores van a tener un incentivo para desviarse a 8.

Esta es una idea muy linda que introdujo Reinhard Selten. Esta idea permite capturar la decisión bajo incertidumbre a la que estuvieron expuestos ustedes, ya que si bien podrían suponer, quizás, que el otro jugador era racional y jugaría algo en el rango de 6 a 10, no podían saber exactamente qué nivel de producción elegiría en ese rango. Bajo esas condiciones, 8 es la única respuesta óptima. De hecho, este fue el valor modal que eligieron, como vimos antes, así que implícitamente estuvieron empleando un refinamiento del equilibrio de Nash.

## **F. Implicancias de los dos objetivos diferentes discutidos antes**

Las implicancias de los dos diferentes objetivos discutidos antes difieren. El objetivo (i) llevaría a elegir como equilibrio de Nash (8,8), que una vez que se introduce un refinamiento que toma en cuenta el riesgo queda como único equilibrio, como vimos recién.

En cambio, el objetivo (ii) llevaría a que cada jugador tenga un incentivo unilateral a desviarse de esa elección de (8,8) y producir más, ya que si bien pierde plata, pierde menos que el otro. Recién cuando eligieran ambos (12,12) sería compatible con el objetivo (ii): si se desvían para producir más, pierden más que el otro, si se desvían para producir menos, ganan menos que el otro.

Los resultados del juego son más bien compatibles con el objetivo (i) que con el objetivo (ii): en la última ronda nadie eligió 12 y nueve jugadores eligieron 8. Si bien hubo cuatro que eligieron 13, 14, 15 y 16, no es compatible con ninguna de las dos hipótesis. Por otra parte, tres jugadores eligieron 11, que cae cerca de 12.

### 3. Análisis en torno a los capítulos 4, 5 y 7 de Cournot (1838)

Ahora vamos a ver un caso particular de las ecuaciones de Cournot que están detrás del experimento de Holt, usando curvas de demanda lineales en el precio.

#### A. Demanda de mercado

Suponemos que el precio de mercado

$$p = f(D)$$

toma la forma simple

$$p = a - D = a - (D_1 + D_2).$$

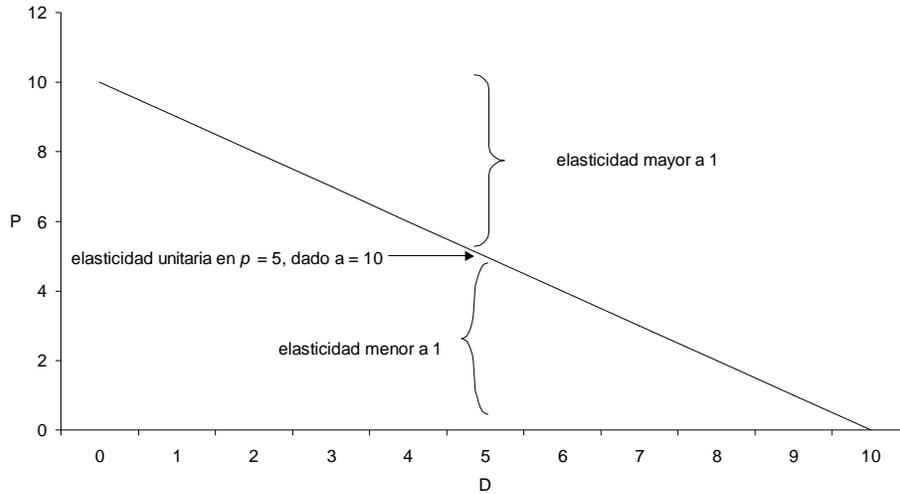
Es decir, el precio igual una constante menos la suma de producción de las dos firmas (en el caso general, van a ser  $n$  firmas:  $D = \sum_{j=1}^n D_j = D_i + \sum_{j \neq i} D_j$ ). Esta formulación lineal implica que la elasticidad precio de la demanda de mercado varía a lo largo de la curva:

$$\eta_{p,D} \equiv -\frac{dD}{dp} \frac{p}{D} = 1 \frac{p}{a-p},$$

por lo que la elasticidad es uno cuando  $p = a - p$ , es decir cuando  $p = a/2$ . Para  $p < a/2$ , la elasticidad es menor a 1, mientras que para  $p > a/2$  la elasticidad es mayor

a 1. Esto se representa en el gráfico abajo donde la cantidad está en las abscisas y el precio en las ordenadas.

**Gráfico 3. Curva de demanda de mercado**



Cournot tiene un enfoque más general en su capítulo 4, ya que sólo supone que hay una relación inversa (negativa) entre precio y cantidad.

Cabe aclarar que Cournot usó el concepto de elasticidad, aunque no le puso nombre: dice que una empresa monopólica siempre va a querer subir el precio si está en lo que corresponde de hecho al tramo inelástico de la curva de demanda. Según argumenta en el capítulo 5 sobre monopolio, si los costos de producción marginales son nulos, elige como óptimo lo que corresponde para nosotros al punto de elasticidad unitaria, ya que es el que maximiza el ingreso (que iguala los beneficios en este contexto de costos de producción nulos).

## **B. Funciones de beneficio o ingresos netos**

Dada la función de beneficios de cada empresa  $i$ , para  $i=1,2$ ,

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c ,$$

donde se supone que hay un costo marginal constante de  $c$  para producir (en lugar de 0, como en el capítulo 7 de Cournot), y reemplazando  $f(D)$  por el precio de mercado, se tiene que

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c = D_i (a - (D_i + D_{-i}) - c).$$

### C. Caso del duopolio: cantidad como variable de decisión

Para el caso de monopolio, la variable de decisión que considera Cournot es el precio (aunque en un contexto determinista da lo mismo decidir precio que cantidad). En cambio, una vez que considera más de una empresa, pasa a tomar como variable de decisión a la cantidad de producción. Bertrand lo va a criticar duramente por eso (el resultado de Bertrand, si se decide precios, es que con dos o más empresas el precio va a terminar en el nivel competitivo).

Uno puede reconocer que la variable de decisión de las empresas es típicamente el precio, excepto en el caso límite de un sistema perfectamente competitivo donde cada oferente es precio-aceptante, ya que el precio lo determina el mercado y puede ofrecer todo lo que quiere a ese precio (la curva de demanda que enfrenta cada empresa es horizontal). Sin embargo, justamente la interpretación que Ivan Png, en su libro *Managerial economics*, da del modelo de Cournot es que lo que es difícil de ajustar en el corto plazo es el nivel de producción; en cambio, en Cournot el oferente implícitamente puede adecuar inmediatamente sus precios a los precios de la competencia para no quedar fuera del mercado, dado que es un bien perfectamente homogéneo desde el punto de vista de los demandantes (tiene que haber cierta diferenciación de productos para que aparezca poder de mercado).

En cambio, el modelo de Bertrand supone que una vez que puso el precio, la empresa no lo puede ajustar frente al precio de la competencia, así que queda fuera del mercado el que tiene un costo más alto. Por eso, Png considera que el modelo de Bertrand sirve para modelar una licitación, donde el postor que ofrece el menor precio se queda con todo, en cambio la cantidad generalmente no es una limitación para los oferentes.

## D. Problema de elección de cantidad óptima por parte de las dos firmas

Cuando cada empresa maximiza sus beneficios, Cournot reconoce que son una función de la producción de ambas firmas:

$$\pi_i = \pi_i(D_i, D_{-i}) .$$

La condición de primer orden, maximizando con respecto a su propio nivel de producción  $D_i$  y tomando como dada la producción  $D_{-i}$  de la otra firma, es para el caso particular de la demanda lineal:

$$D_i = \frac{a - D_{-i} - c}{2} .$$

La condición de segundo orden se cumple, ya que la derivada segunda es  $-2 < 0$ . En la terminología moderna, son las funciones de respuesta óptima de cada empresa.

Cournot planteó una solución gráfica donde se intersectaban las curvas de ambas empresas, sus funciones de respuesta óptima:

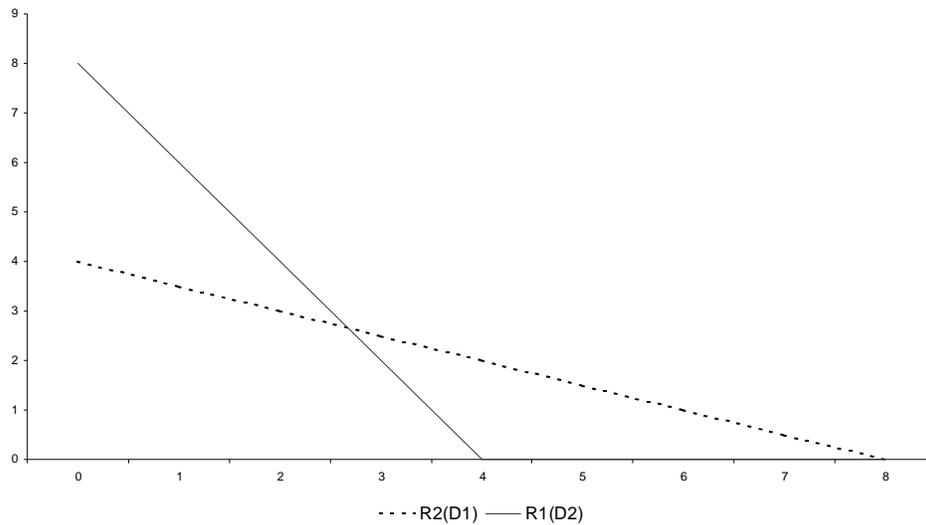
$$D_1^* = R_1(D_2) = \frac{a - D_2 - c}{2},$$

$$D_2^* = R_2(D_1) = \frac{a - D_1 - c}{2}.$$

Resolviendo este sistema lineal simple, la solución de equilibrio es  $D_1^* = D_2^* = \frac{a-c}{3}$ . Esto se puede graficar al modo de Cournot en el gráfico que sigue, donde la intersección corresponde al equilibrio Nash, o equilibrio Cournot-Nash, ya que Cournot planteó y resolvió un ejemplo concreto primero. En el eje de las abscisas se presenta la cantidad  $D_1$ , mientras que el eje de las ordenadas se representa la cantidad  $D_2$ . Las funciones de respuesta óptima son lineales en la cantidad que produce el otro, por lo que gráficamente se representan por rectas. Se toman los siguientes parámetros:  $a = 10$ ,  $c = 2$ , por lo que

$$D_1^* = D_2^* = \frac{8}{3}.$$

**Gráfico 4. Respuestas óptimas de cada empresa**



El equilibrio se puede interpretar como la intersección de las funciones de respuesta óptima, es decir, como respuestas óptimas mutuas, que es la manera de caracterizar cualquier equilibrio Nash.

### **E. La perspectiva de Nash**

Hay una manera de representar gráficamente el equilibrio de este modelo que lo lleva a ver como un punto fijo, que es la perspectiva que adoptó John Nash cuando discutió este problema.

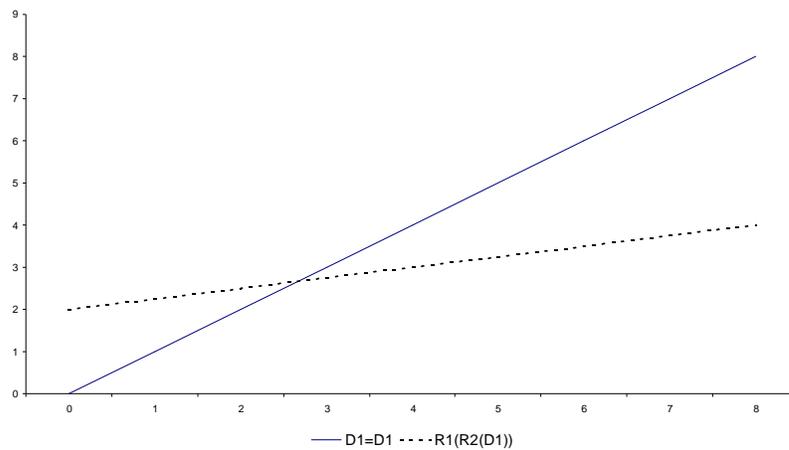
Veamos esto gráficamente, dado el hecho de que  $D_1 = R_1(D_2)$  y  $D_2 = R_2(D_1)$ .

Partiendo de un punto arbitrario  $D_1$ , se puede ver la respuesta óptima  $D_2^*$  del jugador 2 y la respuesta óptima  $D_1^*$  del jugador 1 a la respuesta óptima del jugador 2:

$$D_1^* = R_1(D_2^*) = R_1(R_2(D_1)) = \frac{1}{2} \left( a - \frac{a - D_1 - c}{2} - c \right) = \frac{a - c}{4} - \frac{D_1}{4}.$$

Esto se puede graficar como sigue:

**Gráfico 5. Respuesta óptima de empresa 1 a respuesta óptima de empresa 2**



Cuando esta función de respuesta óptima de 1 a la respuesta óptima de 2 interseca la recta de 45 grados, es un punto fijo: el punto de partida inicial de 1 coincide con la respuesta óptima de 1 a lo que hace 2. La respuesta es la misma que antes: Nash usó esta idea de punto fijo para demostrar la existencia de un equilibrio en un contexto diferente, un número finito de estrategias puras pero donde se admiten estrategias mixtas.

### **F. ¿Cómo se llega al equilibrio?**

Vimos que el equilibrio de Nash tiene dos partes, la parte (i) de racionalidad de los jugadores, que lleva a jugar la respuesta óptima a lo que hace el otro jugador, y la parte (ii) de expectativas consistentes, donde es de dominio público qué va a hacer cada jugador.

Cournot no solo planteó la cuestión de cuál es el equilibrio, sino que se preguntó acerca de cómo se podía llegar al equilibrio. La pregunta de Cournot se puede relacionar a la pregunta acerca de dónde salen las expectativas consistentes que corresponden a la intersección de las dos funciones de respuesta óptima del gráfico 4, donde ambas empresas están optimizando mutuamente y esperan que la otra lo haga también.

No es obvio cómo surgen las expectativas comunes del equilibrio Cournot-Nash sobre qué va a hacer cada jugador. Para eso Cournot propuso un proceso de prueba o error. Cournot describió que el proceso para llegar al equilibrio, y para que las expectativas se correspondan a estrategias de equilibrio, es un proceso de tanteo (tâtonnement). En esta

idea de tanteo, los jugadores responden óptimamente a la estrategia pasada del otro jugador (no a la estrategia actual). Sin embargo, en este caso convergen al equilibrio de Nash, como mostramos en clase.

Esta idea es desarrollada por la teoría de juegos evolutiva como la dinámica de mejor respuesta, o “best-response dynamics”, donde cada jugador optimiza respecto a las acciones pasadas de los otros jugadores, dándole un carácter adaptativo al juego. La teoría de juegos evolutiva estudia la conducta de agentes limitadamente racionales, que no calculan lo que el otro jugador hace, sino que eligen la respuesta óptima a lo que hizo en el período anterior, para estudiar las estrategias evolutivamente estables. A veces sólo algunas de las estrategias de los equilibrios de Nash resultan ser evolutivamente estables. Esta dinámica parece representar cómo se juega en algunos contextos experimentales.

En otras palabras, Cournot anticipa con su ejemplo de duopolio las dos corrientes principales de teoría de juegos: la idea de equilibrio de Nash con jugadores absolutamente racionales y la dinámica de respuesta óptima fuera de equilibrio con jugadores limitadamente racionales.

### **G. Caso general de Cournot con demanda lineal**

Cournot también planteó el caso cuando  $n$  crece indefinidamente, lo que llamó concurrencia indefinida en su capítulo 8, o competencia perfecta en el uso actual. Si tenemos que la producción de mercado

$$D = \sum_{j=1}^n D_j = D_i + \sum_{j \neq i} D_j,$$

y que por simetría todas las otras firmas producen lo mismo (ya que enfrentan la misma demanda y tienen costos marginales iguales),  $D = D_i + (n-1)D_{-i}$ , tenemos que

$$\pi_i = D_i f(D) - D_i c = D_i (a - (D_i + (n-1)D_{-i}) - c).$$

La condición de primer orden nos lleva a que:

$$D_i = \frac{a - (n-1)D_{-i} - c}{2} .$$

Si tomamos en cuenta que en equilibrio  $D_i = D_{-i}$  , entonces

$$D_i = \frac{a - c}{n+1} .$$

Como la producción total está dada por  $D = nD_i$  , el precio de mercado es

$$p = a - D = a - n \frac{a - c}{n+1} .$$

Con muchas empresas, para  $n$  aumentando sin límite, se tiene que

$$p = a - a + c = c .$$

Es decir, de Cournot se deriva el principio de que en competencia perfecta el precio iguala al costo marginal. De aquí sale la curva de oferta (algo que Cournot no graficó, a diferencia de la curva de demanda). Cournot modela la competencia perfecta como el límite de un juego con innumerables empresas.