

Temas

1. Experimento de mercado basado en duopolio Cournot
2. Capítulo 4 de *Principios matemáticos de la teoría de la riqueza*
3. Capítulo 5 de *Principios matemáticos de la teoría de la riqueza*
4. Capítulo 7 de *Principios matemáticos de la teoría de la riqueza*
5. Texto de von Neumann y Morgenstern
6. El dilema del prisionero: aplicación a problema de incentivos en Aristóteles

Desarrollo

1. Experimento de mercado basado en duopolio Cournot

A. Experimento

Hay dos empresas, fila (empresa 1) y columna (empresa 2). Las estrategias de cada empresa son niveles de producción $q=4,5,6,\dots,22$. Las empresas eligen simultáneamente el nivel de producción. Los beneficios o pagos de cada empresa (π_1, π_2) dependen de los niveles de producción (q_1, q_2) .

B. Precisiones de teoría de juegos

Definición estrategia estrictamente dominada: la estrategia q está estrictamente dominada por q' si q siempre da un pago menor que q' (es decir, siempre es peor, no importa lo que haga el otro jugador)

Definición estrategia débilmente dominada: la estrategia q está débilmente dominada por q' si q siempre da pago menor o igual que q' .

Definición equilibrio Nash (en estrategias puras): estrategias (q_1, q_2) tal que cada jugador maximiza sus pagos, dado lo que hace el otro (son respuestas óptimas mutuas). Ningún jugador tiene un incentivo para desviarse unilateralmente.

No jugar estrategia estrictamente dominada es consecuencia directa de la racionalidad de jugadores (pero se puede jugar estrategia debilmente dominada en equilibrio Nash). Equilibrio Nash implica racionalidad individual, no racionalidad colectiva: puede no ser óptimo Pareto (ejemplo: dilema del prisionero).

Equilibrio Nash no solo involucra (i) racionalidad de jugadores (no jugar estrategias estrictamente dominadas). También involucra (ii) expectativas consistentes (“expectativas racionales”: todos esperan que se juegue equilibrio dado). Es decir, equilibrio Nash, además de supuesto racionalidad, impone una fuerte restricción sobre las expectativas.

Es llamado también equilibrio Cournot-Nash, dado que Cournot fue el primero en plantearlo para el caso particular del duopolio. Cournot además planteó como se podía llegar al equilibrio (la parte ii del equilibrio, formación de expectativas consistentes) via un proceso de tanteos: esta idea es desarrollada por la teoría de juegos evolutiva y parece representar como se juega en un contexto experimental.

2. Capítulo 4 de *Principios matemáticos de la teoría de la riqueza: la ley de la demanda*

Se dice que “el precio de los bienes está en proporción inversa a la cantidad ofrecida y en proporción directa a la cantidad demandada”. Pero el gasto no es en general constante cuando varía cantidad vendida. Además, la cantidad demandada aumenta cuando cae el precio, así que expresión se refiere a otra cosa.

Las ventas aumentan, en general, cuando cae el precio. Ley de demanda o ventas se puede expresar entonces así:

$$D=F(p).$$

No se puede expresar en forma algebraica, para lo que se necesita estadística, pero se pueden estudiar propiedades de función desconocida. Suponer $F(p)$ continua, por lo que $pF(p)$ es continua también. Como $pF(p)$ cero con $p = 0$ y con p grande tal que $F(p) = 0$, hay máximo interior; este máximo se da en:

$$F(p) + p F'(p) = 0.$$

En términos prácticos, si se cumple que $-\Delta D/\Delta p < D/p$, aumento de precio va a subir ingresos (hoy en día: si demanda es inelástica, suba de precios aumenta precio).

Se tiene que cumplir la condición de segundo orden: es improbable que haya más de una solución interior.

3. Capítulo 5 de *Principios matemáticos de la teoría de la riqueza*: monopolio

Dueño de fuente mineral: maximizar ingresos si no hay costos producción. Si hay costos, maximizar ingresos netos dados por

$$pF(p) - \phi(D), \text{ con } D = F(p)$$

El máximo es en

$$F(p) + pF'(p) = \phi'(D) F'(p).$$

En términos modernos, esto es equivalente a condición de que ingreso marginal iguale costo marginal (en este caso, las derivadas son respecto a la cantidad).

4. Capítulo 7 de *Principios matemáticos de la teoría de la riqueza*: competencia productores

Dos fuentes de agua mineral maximizan ingresos en forma independiente. Usa la notación $p=f(D)$, con $D = D_1+D_2$, donde los beneficios están dados por $D_1f(D_1+D_2)$ y $D_2f(D_1+D_2)$.

Las condiciones de primer orden llevan al par ecuaciones

$$f(D_1+D_2) + D_1f'(D_1+D_2) = 0,$$

$$f(D_1+D_2) + D_2f'(D_1+D_2) = 0.$$

Caso de empresas iguales: en equilibrio se va a dar que $D_1=D_2$, lo que lleva a la condición

$$2f(D) + Df'(D) = 0.$$

Luego replantea las condiciones de equilibrio reemplazando $p = f(D)$ y dividiendo por $F'(p) = 1/f'(D)$:

- caso $n=1$: $D + pF'(p) = 0$;

- caso $n=2$: $D + 2pF'(p) = 0$;

- caso general: $D + npF'(p) = 0$.

El caso general se puede reexpresar como:

$$\eta_{p,D} \equiv -F'(p) \frac{p}{D} = \frac{1}{n}.$$

Por tanto, en equilibrio, la elasticidad precio de la demanda disminuye con la cantidad de empresas n .

Si la demanda se hace más inelástica a medida que los precios bajan (que es la idea que tiene Cournot, al plantear que hay un único punto interior que maximiza los ingresos), tenemos el resultado de que los precios disminuyen con n . Estos resultados se extienden al caso con costos marginales de producción positivos.

5. Texto de von Neumann y Morgenstern

Este pasaje es de su libro sobre *Teoría de juegos y comportamiento económico*. El enfoque de mercado es que el consumidor maximiza utilidad, el empresario beneficios.

Se dice que maximizar es actuar racionalmente, pero esto depende de conocimiento y entendimiento de cursos de acción que tiene abiertos el decisor.

Caso Robinson Crusoe: es un problema de máximo (condicionado) común cuyas variables controla el decisor.

Pero el problema del participante en economía social es diferente: conseguir máximo de algo que no se controla. No se trata en matemática clásica: si intereses no son paralelos, no es problema simple de máximo, sino de juegos de estrategia.

La interdependencia acciones reconocida en problemas clásicos de duopolio y oligopolio, por el lado de la oferta. Del lado de la demanda se suponen muchos demandantes, por lo que no hay comportamiento estratégico.

Cuando hay grandes números se toma la competencia como límite: pero hay que tener cuidado de que no se formen coaliciones de un pequeño número de jugadores. La escuela de Lausanne (es decir, la teoría de equilibrio general desarrollado por Walras) que supone que no se forman coaliciones tiene que ser verificada.

6. El dilema del prisionero: aplicación a problema de incentivos en Aristóteles

Cuando Aristóteles discute el problema de la propiedad común o privada en Platón, está discutiendo un problema más amplio que el de la propiedad. La discusión en Aristóteles tiene que ver con el problema de los incentivos cuando se emprende algo en grupo, en lugar de hacerlo individualmente.

Si uno actúa solo, uno se apropia de todos los frutos del esfuerzo. En cambio, en un grupo, si uno se lleva la enésima parte del fruto del esfuerzo, hay un problema de incentivos: uno afronta todo el costo, pero sólo disfruta de una parte pequeña del esfuerzo, lo que puede llevar a que todos apliquen esfuerzo bajo, es decir, el equilibrio malo.

Esto no quiere decir que las empresas en común sean imposibles, pero es necesario asegurarse de que todos pongan el esfuerzo adecuado para que la empresa salga adelante. Esa es una de las funciones de la gerencia. Una ilustración del siglo XIX (o antes) en China de este problema: había unos remeros, detrás un tipo con un látigo. El tipo del látigo era un empleado de los remeros, para asegurarse que ninguno dejara de poner su parte del esfuerzo, ya que cada remero no podía controlar a sus pares si estaba concentrado en hacer su tarea