

Economía Política
Trabajo práctico 6 - respuestas

1. Problemas de credibilidad de la política monetaria con pérdidas cuadráticas a la Barro-Gordon

(i) Encontrar la solución si es un juego secuencial donde los individuos formulan primero sus expectativas inflacionarias y el gobierno después decide la inflación.

El gobierno minimiza (1) tomando la inflación esperada como dada (ya que se formuló en etapa anterior), y se puede usar (2) para reemplazar el empleo:

$$L_t(.) = \frac{(\pi_t)^2}{2} + \frac{\lambda(\bar{x} + \pi_t - \pi_t^e - x^*)^2}{2}.$$

La condición de primer orden respecto a la inflación es:

$$\frac{\partial L_t(.)}{\partial \pi_t} = \frac{2\pi_t}{2} + \frac{2\lambda(\bar{x} + \pi_t - \pi_t^e - x^*)}{2} = 0.$$

La condición de segundo orden se cumple, ya que la derivada es positiva (queremos minimizar la pérdida).

Despejando la inflación,

$$\pi_t = \frac{\lambda}{1+\lambda}(x^* - \bar{x}) + \frac{\lambda}{1+\lambda}\pi_t^e. \quad (4)$$

Dado que por la ecuación (3) la inflación esperada es igual a la efectiva (dado que expectativas racionales implica previsión perfecta en contexto no estocástico), tenemos que

$$\pi_t^e = \pi_t \Rightarrow \pi_t = \lambda(x^* - \bar{x}). \quad (5)$$

(ii) ¿Cuál es el resultado si el gobierno decide primero la inflación y los individuos formulan luego sus expectativas inflacionarias?

El gobierno minimiza (1) tomando en cuenta que $\pi_t^e = \pi_t$ por (3), por lo que:

$$L_t(\cdot) = \frac{(\pi_t)^2}{2} + \frac{\lambda(\bar{x} - x^*)^2}{2}.$$

Por tanto, la condición de primer orden nos da

$$\frac{\partial L_t(\cdot)}{\partial \pi_t} = \frac{2\pi_t}{2}.$$

Esto implica que la pérdida es creciente en inflación: por tanto, se va a preferir una inflación nula (estamos suponiendo que se elige entre valores no negativos). Esto nos lleva a:

$$\pi_t^e = \pi_t = 0. \tag{6}$$

(iii) ¿Se pueden graficar las estrategias de ambos jugadores, para ilustrar lo que sucede?

Sí: la ecuación (4) muestra que el gobierno aumenta en el caso (i) la inflación en menor proporción que la inflación esperada, así que siempre va a cortar la línea de 45 grados en el espacio π_t^e, π_t desde arriba (ya que ordenada al origen es positiva).

En el caso (ii), lo que sucede es que el gobierno está restringido a elegir un punto sobre la recta de 45 grados, por lo que la solución óptima es el origen.

(iv) Si no se cumple $x^* > \bar{x}$, ¿cambia algo?

Si el empleo deseado u óptimo es igual al natural, no hay incentivo para un sesgo inflacionario, por lo que en cualquiera de los dos casos la inflación sería cero. Si fuera negativo, habría un sesgo deflacionista en la política monetaria.

2. Modelo de impuestos distorsivos con heterogeneidad de individuos en Persson y Tabellini (2000), caps. 2 y 6

a. Mostrar que preferencias sobre políticas

$W^i(q; \alpha^i) = L(q) + V(1 - L(q) - \alpha) - (1 - q)(\alpha^i - \alpha)$ satisfacen la condición de un sólo cruce.

Respuesta larga: Considerar caso $q_1 < q_2$ y $\alpha^1 < \alpha^2$ donde individuo menos productivo (α^2) prefiere impuestos más bajos (q_1). Es decir:

$$W^2(q_1; \alpha^2) = L(q_1) + V(1 - L(q_1) - \alpha) - (1 - q_1)(\alpha^2 - \alpha) >$$

$$W^2(q_2; \alpha^2) = L(q_2) + V(1 - L(q_2) - \alpha) - (1 - q_2)(\alpha^2 - \alpha)$$

El punto es entonces mostrar que para individuo α^1 que es más productivo, también va a preferir menor impuesto.

Dado que se puede dividir la función de utilidad indirecta en dos partes, de modo que

$W^i(q; \alpha^i) = z(q) - (1 - q)(\alpha^i - \alpha)$, tenemos que mostrar que

$$z(q_1) - (1 - q_1)(\alpha^2 - \alpha) > z(q_2) - (1 - q_2)(\alpha^2 - \alpha) \quad (1)$$

implica que

$$z(q_1) - (1 - q_1)(\alpha^1 - \alpha) > z(q_2) - (1 - q_2)(\alpha^1 - \alpha) . \quad (2)$$

Reordenando términos en (1) y (2), necesitamos que

$$z(q_1) - z(q_2) > (1 - q_1)(\alpha^2 - \alpha) - (1 - q_2)(\alpha^2 - \alpha) \quad (3)$$

implique que

$$z(q_1) - z(q_2) > (1 - q_1)(\alpha^1 - \alpha) - (1 - q_2)(\alpha^1 - \alpha) \quad (4)$$

El lado derecho de (3) se puede reescribir como:

$$(1 - q_1)(\alpha^2 - \alpha) - (1 - q_2)(\alpha^2 - \alpha) = (q_2 - q_1)(\alpha^2 - \alpha) \quad (5)$$

El lado derecho de (4) se puede reescribir como:

$$(1 - q_1)(\alpha^1 - \alpha) - (1 - q_2)(\alpha^1 - \alpha) = (q_2 - q_1)(\alpha^1 - \alpha) = (q_2 - q_1)[(\alpha^1 - \alpha^2) + (\alpha^2 - \alpha)] \quad (6)$$

Como $(q_2 - q_1) > 0$ y $(\alpha^1 - \alpha^2) < 0$, se ve inmediatamente que la expresión en (6) es menor que la expresión en (5), por lo que se cumple (4).

Respuesta corta: en este caso unidimensional donde la controversia se refiere sólo a la tasa impositiva, se puede usar la propiedad diferencial de un solo cruce para definir el problema. Dado que la derivada primera de la función objetivo es

$$\frac{\partial W^i(q; \alpha^i)}{\partial q} = L_q(q) - V_x(1 - L(q) - \alpha)L_q(q) + (\alpha^i - \alpha), \quad (7)$$

la derivada segunda cruzada es

$$\frac{\partial}{\partial \alpha^i} \left(\frac{\partial W^i(q; \alpha^i)}{\partial q} \right) = 1 > 0. \quad (8)$$

Por tanto, se cumple la condición en términos de la propiedad diferencial.

En cuanto a la interpretación de esta condición, al ser positiva esta derivada segunda, implica que aquellos individuos que tengan menor productividad (α^i mayor) van a tener una mayor utilidad indirecta de mayores impuestos. O, para hacerlo directamente comparable con la respuesta larga, los individuos de mayor productividad (α^i menor) van a tener una menor utilidad indirecta de mayores impuestos.

b. Mostrar que $q(\alpha^n)$ se impone a otras tasas impositivas.

Respuesta larga. Si el individuo α^2 es el mediano, ya mostramos que su propuesta preferida q_1 se imponen a otras propuestas de impuestos q_2 más altos (con apoyo de la derecha, gente con α^1 menor a α^2). En particular, esto se va a cumplir con su propuesta preferida $q(\alpha^2)$.

Con la misma ecuación (6), se sigue que si α^2 prefiere q_1 a un impuesto más bajo q_2 , entonces va a tener el apoyo de todos los individuos a su izquierda con productividad más baja (α^1 mayor que α^2), ya que el producto también va a ser negativo, por lo que utilidad indirecta de estos individuos va a ser menor que la del mediano con esta alternativa.

Respuesta corta. El resultado es equivalente al anterior, como se puede ver via el argumento del teorema del valor medio expuesto en las notas de clase 8 referidas al modelo de Crawford y Sobel. Hay que tomar como referencia al individuo mediano.

c. ¿Qué sucede cuando se amplía el electorado y pasan a participar individuos con un α^i más alto?

Respuesta. De (7), ya tenemos que la condición de primer orden con una solución interior es que

$$\frac{\partial W^i(q; \alpha^i)}{\partial q} = 0, \quad (9)$$

donde

$$\frac{\partial W^i(q; \alpha^i)}{\partial q} = L_q(1 - V_x) + (\alpha^i - \alpha). \quad (10)$$

Noten que si $(\alpha^m - \alpha) > 0$, dado que $L_q < 0$, (9) implica en equilibrio que $1 - V_x > 0$.

Uno puede diferenciar esta condición de primer orden (9) para ver el resultado de estática comparativa:

$$\frac{dq}{d\alpha^m} = - \frac{\frac{\partial W^i}{\partial \alpha^i \partial q}}{\frac{\partial W^i}{\partial q \partial q}}. \quad (11)$$

Ya tenemos la derivada cruzada segunda de (8), mientras que la derivada segunda respecto a q sale de diferenciar (10), por lo que

$$\frac{dq}{d\alpha^m} = - \frac{\frac{\partial W^i}{\partial \alpha^i \partial q}}{\frac{\partial W^i}{\partial q \partial q}} = - \frac{1}{L_{qq}(1 - V_x) + (L_q)^2 V_{xx}}. \quad (12)$$

Para que esto sea positivo, lo que se tiene que cumplir es que $L_{qq}(1 - V_x) + (L_q)^2 V_{xx} < 0$. El segundo término es negativo, por concavidad de la función $V(\cdot)$. Respecto al primer término, $(1 - V_x) > 0$ por la condición de primer orden. Luego, esto se cumpliría si $L_{qq} \leq 0$. Otra posibilidad es que L_{qq} no sea muy positivo, tal que todo el denominador sea negativo. Este es el caso empíricamente esperable.

Si esto no se cumple, el signo es al revés de lo que uno espera en el modelo de redistribución general de Meltzer y Richards.