ITBA/UCEMA – MAESTRÍA EN EVALUACIÓN DE PROYECTOS
MICROECONOMÍA Y FINANZAS PÚBLICAS – 2011

Guía de trabajos prácticos

1. Introducción

1.1. Optimización y equilibrio

Considere las siguientes expresiones de "z_1", "z_2" e "y":

$$z_1 = y.x_1 - x_1^2 \quad ; \quad z_2 = y.x_2 - x_2^2 \quad ; \quad y = 4 - x_1 - x_2 \quad .$$

a) Maximice "z_1" con respecto a "x_1", y "z_2" con respecto a "x_2".
b) Obtenga los valores de equilibrio de "x_1", "x_2" e "y" utilizando las condiciones de primer orden de los problemas de maximización de "z_1" y "z_2" y la definición de "y".
c) En vez de lo anterior, sustituya "y" en "z_1" y "z_2" y maximice con respecto a "x_1" y "x_2" (respectivamente).
d) Halle los nuevos valores de equilibrio de "x_1" y "x_2" usando las nuevas condiciones de primer orden.

1.2. Optimización sucesiva

Considere las siguientes expresiones de "z_1" y "z_2":

$$z_1 = 12.x - x^2 - y.x \quad ; \quad z_2 = y.x - x^2 \quad .$$

a) Maximice "z_1" y "z_2" con respecto a "x".
b) Halle los valores de equilibrio de "x" e "y" utilizando las condiciones de primer orden de los problemas de maximización.
c) En vez de lo anterior, sustituya la condición de primer orden de "z_2" en "z_1" y maximice esto último con respecto a "x". ¿Cuáles son los nuevos valores de "x" e "y"?
d) Repita lo hecho en la parte (c), pero sustituyendo la condición de primer orden de "z_1" en "z_2" y maximizando esta última función.

2. Teoría del consumidor

2.1. Elección del consumidor

Considere las siguientes funciones de utilidad de tres individuos distintos:

$$U_1 = x + y \quad ; \quad U_2 = x.y \quad ; \quad U_3 = \min\{x, y\} \quad .$$

Los tres individuos tienen un ingreso de \$180. Los precios de los dos bienes ("x" e "y") son respectivamente "$p_x = 1$" y "$p_y = 2$".

a) Halle la restricción presupuestaria de estos consumidores. Dibújela en un diagrama cartesiano que muestre a "x" en el eje de las abscisas y a "y" en el de las ordenadas.

b) Dibuje las curvas de indiferencia del consumidor 1 para las cuales su utilidad sea igual a 90, 180 y 200; y halle la combinación de “x” e “y” que este consumidor elegiría dado su ingreso y los precios que enfrenta.

c) Dibuje las curvas de indiferencia del consumidor 2 para las cuales su utilidad sea igual a 2025, 4050 y 8100. Halle la combinación de “x” e “y” que este consumidor elegiría.

d) Dibuje las curvas de indiferencia del consumidor 3 para las cuales su utilidad sea igual a 45, 60 y 90; y halle su combinación óptima de “x” e “y”.

e) ¿Cómo se modificarían las decisiones de estos tres consumidores si los precios pasaran a ser “$p_x = 2$” y “$p_y = 1$”? Muestre gráficamente.

2.2. Funciones de demanda

El problema de maximización de la utilidad sujeto a la restricción presupuestaria de cierto consumidor puede escribirse como sigue:

$U(max) = \ln(x_1) + \ln(x_2)$; s.a. $p_1.x_1 + p_2.x_2 = Y$.

a) Halle las demandas de “x_1” y “x_2” de dicho consumidor como funciones de “p_1”, “p_2” e “Y”.

b) Suponga que “Y = 120”, “$p_1 = 2$” y “$p_2 = 3$”. Halle las cantidades demandadas de “x_1” y “x_2”.

c) Suponga ahora que “p_1” se incrementa y pasa a ser igual a $3. Halle las nuevas cantidades demandadas.

3. Teoría de la empresa

3.1. Maximización de beneficios

Una empresa tomadora de precios y maximizadora de beneficios produce sólo un bien (Q) y utiliza un solo factor de producción (L). El precio del bien (p) es $10 por unidad y el del factor (w) es $1 por unidad. La correspondiente función de producción es:

$Q = (L - 10)^{1/2}$ (si $L \geq 10$) ;
$Q = 0$ (si $L < 10$) .

a) Halle las cantidades de “Q” y “L” que maximizan los beneficios sujetos a la función de producción. Compruebe que los beneficios obtenidos son positivos.

b) Halle la función de costo total y sustitúyala en la función de beneficios. Luego maximice los beneficios con respecto a “Q” y compruebe que el resultado es el mismo que en la parte (a).

c) Muestre que los resultados de las partes (a) y (b) siguen las reglas de optimización de la empresa neoclásica (“w = p.PmgL” y “p = Cmg”).

d) ¿Qué pasa si “p” baja a $6 por unidad? ¿Cuál es el mínimo precio que nuestra empresa requiere para producir una cantidad positiva de “Q”? ¿Cuál es la cantidad mínima que producirá a dicho precio mínimo?

4. Equilibrio competitivo

4.1. Competencia perfecta de largo plazo

En el mercado de cierto bien hay 400 consumidores, que sólo consumen dicho bien y tienen un ingreso de $2000 cada uno. Por otro lado hay 40 empresas tomadoras de precios que producen el bien en cuestión utilizando un único insumo, y todas ellas tienen la siguiente función de producción:

$Q_i = 2 \cdot \sqrt{I_i - 6400}$;

donde “Q_i” es la cantidad del bien producido por la iésima empresa, e “I_i” es la cantidad de insumo que utiliza en dicha producción (cuyo precio es igual a $1 por unidad).

a) Halle la función de demanda del bien de cada consumidor, y la función de demanda total del mercado.

b) Halle el costo total de cada empresa (expresado como función de Q_i), y la correspondiente función de costo marginal.

c) Halle la función de oferta del bien de cada empresa, y la función de oferta total del mercado.

d) Ahora halle el precio y la cantidad total de equilibrio perfectamente competitivo del mercado.

e) Ahora suponga que hay libre entrada de empresas idénticas. Halle los valores de equilibrio competitivo de largo plazo y el número de empresas de equilibrio.

5. Monopolio

5.1. Monopolio en el mercado de bienes

En cierto mercado la función de demanda de los consumidores es la siguiente:

$Q = 120 - P$;

en tanto que la función de costo total del único monopolista es:

$CT = 30 \cdot Q + 0{,}25 \cdot Q^2$.

En base a lo expuesto se pide:

a) Calcule los valores de P y Q que maximizan los beneficios del monopolista.
b) Muestre que, en el resultado hallado en el punto anterior, se verifica que el margen relativo de precio sobre el costo marginal del monopolista ([P-Cmg]/P) es igual a la inversa del valor absoluto de la elasticidad-precio de la demanda.
c) Calcule los valores de P y Q de equilibrio que se darían si el monopolista se comportara como tomador de precios.
d) Compare los beneficios del monopolista y los excedentes de los consumidores en los puntos “a” y “c”, y muestre que lo que el monopolista gana de más en el punto “a” es menos de lo que los consumidores ganan de más en el punto “c”.

6. Oligopolio

6.1. Teoría de los juegos

Considere la siguiente matriz de un juego de 2x2 entre los jugadores 1 y 2:

		2	
		Izq	Der
1	Alto	(4; 5)	(3; 2)
	Bajo	(2; 3)	(6; 4)

a) Compruebe que, en su versión estática, este juego tiene dos equilibrios de Nash en estrategias puras.
b) Ahora suponga que el jugador 1 juega primero y el jugador 2 juega después, y halle el correspondiente equilibrio perfecto de dicho juego dinámico.
c) Ahora suponga que el jugador 2 juega primero y el jugador 1 juega después, y halle el nuevo equilibrio perfecto.

6.2. Modelos de oligopolio

En un mercado de un bien homogéneo en el que operan dos empresas idénticas, las funciones de demanda y de costos totales son las siguientes:

$P = 150 - Q$; $CT_i = 30 \cdot q_i$.

a) Halle el equilibrio de mercado si las empresas operan como oligopolistas de Cournot.

b) Halle el equilibrio de mercado si operan como oligopolistas de Bertrand.

c) Halle la solución simétrica de colusión perfecta (i.e, donde se maximiza la suma de beneficios y ambas empresas producen la misma cantidad).

7. Externalidades

7.1. Externalidades negativas en la producción

Una fábrica de productos químicos está ubicada cerca de un lago. En dicho lago opera también una empresa pesquera. Cuanto más produce la fábrica de químicos, más se contamina el lago, y por lo tanto los peces se vuelven más escasos y pescarlos se vuelve más costoso. Este fenómeno puede apreciarse observando las funciones de costo total de ambas empresas (química y pesquera), que son las siguientes:

$TC_q = q^2$; $TC_f = f^2 + f.q$;

donde "q" es la cantidad de productos químicos y "f" es la cantidad de pescado. Suponga que los mercados de productos químicos y pescado son perfectamente competitivos, y que por lo tanto el precio de los productos químicos ($p_q = 12$) y el precio del pescado ($p_f = 9$) están dados para ambas empresas.

a) Halle los valores de equilibrio de "q" y "f" cuando la fábrica de químicos y la empresa pesquera operan como compañías separadas.

b) Ahora suponga que las dos empresas se fusionan y halle los nuevos niveles de “q” y “f”. ¿Por qué estos niveles de producción son eficientes y los del punto anterior no lo eran?

c) Muestre que la misma solución del punto (b) puede obtenerse sin necesidad de que las empresas se fusionen, si el gobierno fija un impuesto (pigoviano) de $2 por unidad producida de productos químicos.

d) Ahora suponga que no hay ni fusión ni impuesto, pero que el gobierno decide que la fábrica de productos químicos debe compensar a la empresa pesquera por cada unidad de producto químico que fabrica. Muestre que, en un equilibrio de Coase en el que ambas empresas se comportan como tomadoras de precios, las mismas acordarán los mismos niveles de producción que en el punto (b), y que la compensación que la fábrica de químicos le pagará a la empresa pesquera será igual al impuesto hallado en el punto (c).

7.2. Externalidades recíprocas

La función de precio de demanda de cierto bien homogéneo que es producido por dos empresas (1 y 2) sigue esta forma:

$P = 180 - (Q_1 + Q_2)$.

Los costos totales de producción de las empresas en cuestión son, a su vez:

$CT_1 = Q_1^2 + Q_1.Q_2$; $CT_2 = Q_2^2 + Q_2.Q_1$;

lo cual implica la existencia de una externalidad negativa recíproca. Cada empresa elige su cantidad tomando como dada la cantidad de la otra (oligopolio de Cournot). Dado todo esto, se pide:

a) Halle los valores de equilibrio de “Q_1”, “Q_2” y “P”.

b) Muestre que tales valores maximizan el excedente total de los agentes económicos.

c) Explique qué fenómenos contrapuestos hacen que se dé el resultado del punto anterior.

8. Información asimétrica

8.1. Problema principal-agente

Los ingresos y los costos totales de una empresa dependen del nivel de esfuerzo (e) de su gerente general, de acuerdo a las siguientes funciones:

$IT = 90.e^{1/2}$; $CT = 500 - 10.e^{1/2}$.

A su vez, la función de utilidad del gerente es:

$U = R - e$;

donde R es su remuneración. El gerente está dispuesto a trabajar sólo si su utilidad es mayor o igual que 10.

a) Halle el nivel de esfuerzo del gerente y el monto de su remuneración que los accionistas de la empresa querrían para maximizar sus beneficios.

b) Muestre que un sistema de remuneración definido como una fracción de los beneficios totales inducen a que el gerente, al maximizar su utilidad, elija un nivel de esfuerzo menor que el hallado en el punto “a”.

c) Muestre que un sistema según el cual el gerente se lleva todo el beneficio total por encima de un cierto nivel alcanzable y fijado de antemano (i.e, $R = IT - CT - B_0$) sí garantiza el nivel de esfuerzo deseado por los accionistas. ¿Cuánto debería ser el valor de “B_0” para que los beneficios de dichos accionistas fueran máximos?

8.2. Equilibrio de mercado con información asimétrica

En el mercado de automóviles usados hay dos clases de autos: buenos (B) y malos (M). El mercado es perfectamente competitivo, y las ofertas agregadas de las unidades buenas (Q_B) y malas (Q_M) están dadas por las siguientes funciones:

$Q_B = (1/3).p_B$; $Q_M = (1/2).p_M$;

donde “p_B” es el precio de un auto bueno y “p_M” el de un auto malo. Las demandas para ambos tipos de bienes son infinitamente elásticas a los precios “$p_B = 36$” y “$p_M = 20$”.

a) Suponga primero que la información es perfecta, por lo que los compradores pueden distinguir entre unidades buenas y malas. Halle la asignación de equilibrio, los excedentes de los vendedores de autos buenos y malos, y las ganancias del comercio totales.

b) Ahora suponga que la información es totalmente imperfecta, y que por lo tanto los compradores no pueden distinguir de ningún modo entre autos buenos y malos cuando los compran (aunque los vendedores sí saben lo que están vendiendo). Halle la nueva asignación de equilibrio, suponiendo que el (único) precio es un promedio entre las valuaciones de los compradores, ponderado por las proporciones de ambos tipos de auto comerciadas en equilibrio. Halle también los nuevos excedentes y las nuevas ganancias del comercio.

c) Imagine que el gobierno crea un organismo de verificación que distingue perfectamente una unidad buena de otra mala, y le da al vendedor un certificado que garantiza la calidad del vehículo. El costo de este servicio es de $3 por auto controlado. ¿Querrán los vendedores de autos buenos utilizar este servicio? ¿Es eficiente dicha decisión?

9. Impuestos

9.1. Monopolio, oligopolio e incidencia impositiva

La demanda de cierto bien sigue esta fórmula: “$P = 120 – Q$”, donde “P” es el precio y “Q” es la cantidad demandada. Las empresas que operan en el mercado en cuestión son maximizadoras de beneficios, y tienen costos variables de $30 por unidad producida y vendida, y costos fijos de $500.

a) Suponga primero que en el mercado hay una sola empresa (monopólica) y halle los valores de "P" y "Q" que la misma elegiría.
b) Ahora suponga que hay dos empresas (1 y 2), y que cada una de ellas decide la cantidad que va a producir y vender tomando como dada la cantidad que produce y vende la otra (oligopolio de Cournot). Halle los valores de "P", "Q_1" y "Q_2", y muestre que ahora el precio es menor y la cantidad total comerciada es mayor que en el punto anterior.
c) Ahora suponga que sigue habiendo dos empresas y que el gobierno establece un impuesto de $9 por unidad vendida. Halle el nuevo equilibrio y muestre que, respecto del punto anterior, el precio que pagan los demandantes es mayor y el que reciben las empresas es menor.
d) Rehaga el punto "c" suponiendo que hay una sola empresa (monopólica) en el mercado.

9.2. Efecto de los aranceles a la importación

En cierto mercado perfectamente competitivo operan 50 empresas. Cada una de ellas tiene la siguiente función de costo total:

$CT_i = 10 \cdot Q_i + Q_i^2$;

donde Q_i es la cantidad individual provista por cada empresa.

La demanda total de los consumidores domésticos de este bien, por su parte, es la siguiente:

$Q_D = 3000 - 100 \cdot P$;

donde Q_D es la cantidad total demandada y P es el precio.

Suponga además que este bien se comercia internacionalmente, y que su precio internacional es igual a $15.

a) Halle la cantidad total ofrecida por las empresas domésticas y la cantidad total demandada en equilibrio, y muestre que, al precio internacional, parte de la cantidad demandada se importa. Halle también el volumen de equilibrio de dichas importaciones.

b) Ahora muestre que, si se establece un arancel de $5 por unidad, las cantidades de equilibrio cambian y las importaciones se reducen.

c) ¿A cuánto debería ascender el arancel para que las importaciones se redujeran a cero?

10. Gasto público

10.1. Bienes privados y bienes públicos

En una economía hay diez individuos idénticos (i = 1, 2, ... , 10) que tienen la siguiente función de demanda individual respecto de un determinado bien.

$p_i = 100 - q_i$.

a) ¿Cuál sería la demanda agregada de este bien si el mismo fuera un bien privado? ¿Cuál sería dicha demanda si fuera un bien público?

b) Suponga que el costo marginal de proveer el bien es de $10 por unidad. ¿Cuál es la cantidad óptima que debería proveerse si el bien fuera privado? ¿Y si fuera público?

c) ¿Cuánto debería pagar cada individuo por cada unidad consumida en las dos situaciones descriptas en el punto "b"?

10.2. Provisión de bienes públicos

En cierta economía viven dos individuos (1 y 2) que consumen dos bienes ("x" y "g"). El primero de dichos bienes es un bien privado, y el segundo es un bien público. Cada individuo de la economía está dotado de 60 unidades de recursos, y los dos tienen idénticas funciones de utilidad, iguales a:

$U_1 = x_1.g \quad ; \qquad\qquad U_2 = x_2.g \quad .$

La frontera de posibilidades de producción de esta economía puede representarse a través de la siguiente ecuación:

$x_1 + x_2 + g = 60 + 60 \quad .$

a) Halle la asignación simétrica eficiente (es decir, la que hace que "$U_1 = U_2$").

b) Suponga que cada individuo decide independientemente la asignación de su propia dotación de recursos para comprar el bien privado (x_i) y para contribuir con la provisión del bien público (g_i), dándose que "$g = g_1 + g_2$". Halle el correspondiente equilibrio de Nash y muestre que el mismo implica una provisión mayor del bien privado y una provisión menor del bien público que lo hallado en el punto anterior.

c) Ahora suponga que las contribuciones se implementan como fracciones "p_1" y "p_2" del monto total del bien público, las cuales son tomadas como dadas por los individuos. Muestre que, en este caso, si "$p_1 = p_2 = 0{,}5$", entonces esto implica un equilibrio de Lindahl que coincide con la asignación simétrica eficiente del punto (a).

11. Regulación económica

11.1. Regulación del monopolio natural

La función de demanda de cierto bien (Q) y la función de costo total de la empresa que produce dicho bien (CT) son las siguientes:

$Q = 60 - p \quad ; \qquad\qquad CT = 11.Q - 0{,}02.Q^2 \quad .$

a) Halle los valores de "p" y "Q" que elegiría un monopolista desregulado maximizador de beneficios.

b) Halle los valores de "p" y "Q" que elegiría un regulador maximizador del bienestar, si este último se mide como la suma del beneficio de la empresa (B) y del excedente de los consumidores (EC).

c) Muestre que la solución del punto anterior implica que los beneficios de la empresa son negativos, y halle los valores de “p” y “Q” que maximizan el bienestar sujeto a la restricción de que “$B \geq 0$”.

11.2. Monopolio natural con externalidades

Cierto servicio de transporte es provisto por una empresa monopólica. La función de precio de demanda del servicio en cuestión es la siguiente:

$P = 100 - 0{,}01 \cdot Q$;

donde P es el precio y Q es la cantidad de viajes que efectúan los usuarios del servicio. El costo de provisión de este servicio consta de un costo fijo de $40.000 y de un costo variable igual a $20 por viaje. Además, el servicio genera una externalidad positiva a los usuarios de otros medios de transporte igual a $4 por viaje. Dado todo eso se pide hallar:

a) Los valores de P y Q que elegiría la empresa monopólica si estuviera desregulada y su objetivo fuera maximizar sus propios beneficios.
b) Los valores de P y Q que maximizan el excedente total que se genera en el mercado (es decir, la suma del beneficio de la empresa más el excedente de los usuarios del servicio).
c) Los valores eficientes de P y Q (es decir, los que maximizan la suma del beneficio de la empresa más el excedente de los usuarios del servicio más el excedente de los usuarios de otros medios de transporte).
d) El monto del subsidio que habría que darle a la empresa monopólica para que su beneficio fuera igual a cero, suponiendo alternativamente que se le fijan precios iguales a los hallados en los puntos “b” y “c”.