Universidad del CEMA – Master en Finanzas 2006

La Simulación como una herramienta para el manejo de la incertidumbre

---

Fabián Fiorito
ffiorito@invertironline.com
Tel.: 4000-1400

Hoy en día la simulación es ampliamente aceptada tanto en el ámbito académico como en el mundo de los negocios, para predecir, explicar, entrenar y ayudar a identificar soluciones óptimas.

Ciertas herramientas de simulación brindan sustanciales mejoras en cuanto a riqueza y profundidad de análisis a la hora de evaluar una situación de incertidumbre. No sólo permiten obtener un análisis y entendimiento más completo de la situación y del riesgo involucrado sino que también se superan algunas limitaciones propias de lo que daremos en llamar “enfoque tradicional” en el cual no se utilizan estas herramientas. Como ejemplo podemos mencionar el hecho de que en el mejor de los casos, bajo el enfoque tradicional, se puede obtener una idea sobre el rango de valores que puede tomar una determinada variable aleatoria que se desee estudiar pero sin considerar la probabilidad de ocurrencia de cada uno de esos valores, es decir, no se llega a describir el comportamiento de dicha variable en términos de una distribución de probabilidad (al menos de un modo riguroso).

Existen dos aspectos que son clave para la aplicación exitosa de la simulación, el primero de ellos radica en identificar cuales son las distribuciones de probabilidad adecuadas que deben utilizarse para simular cada una de las variables aleatorias de un modelo y el segundo consiste en definir adecuadamente las interdependencias que describen el comportamiento esperado de dichas variables, esto último se realiza a través de un análisis y definición de las covarianzas y correlaciones entre las variables.

Concepto de Riesgo

El término riesgo se utiliza en general para situaciones que involucran incertidumbre, en el sentido de que el rango de posibles resultados para una determinada acción es en cierta medida significativo.

Análisis del Riesgo (Risk Analysis)

En sentido amplio, análisis del riesgo (risk analysis) implica cualquier método, cualitativo o cuantitativo, para evaluar el impacto del riesgo en la toma de decisiones. Existen numerosas técnicas al respecto, y el objetivo es ayudar a quien debe tomar una decisión a

seleccionar un curso de acción, una vez que se comprenden mejor los resultados posibles que pueden ocurrir.
Una vez que se reconoce una situación riesgosa, el paso siguiente es *cuantificar el riesgo* que involucra esa situación de incertidumbre.
Cuantificar el riesgo significa determinar todos los valores posibles que una variable riesgosa puede tomar y determinar la probabilidad relativa de cada uno de esos valores.

Una vez que se ha cuantificado el riesgo, es decir, determinado los posibles resultados y la probabilidad respectiva de ocurrencia, se pueden usar *distribuciones de probabilidad* para describir la situación. Una distribución de probabilidad es una herramienta para presentar de modo resumido la cuantificación del riesgo para una determinada variable.

Hay básicamente dos enfoques para el análisis *cuantitativo del riesgo*:

- Uno de tipo *analítico*, que requiere que todas las distribuciones para las variables inciertas del modelo sean descriptas matemáticamente. Luego estas ecuaciones se deben combinar matemáticamente para derivar otra ecuación que describa la distribución de resultados posibles. Este enfoque no es práctico para la mayoría de los casos. No es simple describir matemáticamente en términos de ecuaciones las distribuciones aun para un modelo que no presente demasiada complejidad. Se requieren habilidades matemáticas y analíticas muy fuertes para poder llevar adelante este enfoque.

- El otro enfoque descansa en la posibilidad y velocidad de las computadoras para realizar gran cantidad de cálculos complejos en cuestión de segundos. Es lo que usualmente se conoce como *simulación*, e implica resolver una hoja de cálculo repetidamente usando una gran cantidad de combinaciones posibles para los valores que pueden tomar las variables de las cuales se alimenta el modelo.

Simulación

En sentido amplio, se puede definir simulación como el proceso de construir un modelo lógico-matemático de un sistema o proceso de decisión, y experimentar con el modelo para comprender el comportamiento del sistema o ayudar en la toma de decisiones[1].
La simulación es particularmente útil en problemas o situaciones que involucran incertidumbre.
Un modelo es inservible si no ayuda al usuario a comprender el problema. Por ello, el punto principal en la simulación está puesto en conducir experimentos con el modelo y analizar los resultados.

Probabilidades y Estadística en la simulación

Un elemento importante en los procesos de simulación es identificar las distribuciones de probabilidad apropiadas para los datos. Esto normalmente requiere analizar información empírica o histórica y ajustarla a alguna distribución. En otros casos, dicha información

[1] James R. Evans – David. L. Olson, *Introduction to Simulation and Risk Analysis,* Prentice Hall, 1998, página 2.

no se encuentra disponible y quien construye el modelo de simulación debe utilizar su juicio personal para determinar que distribución utilizar.
Otro uso importante de estadísticas en los procesos de simulación se relaciona con el análisis de los resultados de los experimentos de simulación.
Finalmente, ciertos métodos estadísticos son utilizados para validar modelos de simulación y diseñar experimentos de simulación.

Generación de números aleatorios

La habilidad de generar una cadena de números aleatorios que sea reproducible posteriormente es crucial para el éxito en la simulación.

En la actualidad, los métodos en uso se focalizan en simples algoritmos matemáticos para generar un nuevo número aleatorio en una secuencia a partir del anterior. A pesar de que un algoritmo matemático es determinístico (lo que significa que se puede predecir el próximo número en una secuencia conociendo el algoritmo), la secuencia de números parece aleatoria. Esto significa que posee tres propiedades importantes:

1. Todos los números se distribuyen uniformemente entre 0 y 1.
2. Los números en la secuencia no tienen correlación serial.
3. La secuencia de números aleatorios tiene un ciclo largo, es decir, que existen suficientes números en la secuencia antes de que algunos se repita nuevamente.

Si estas propiedades no se cumplen, la simulación puede estar sesgada y arrojar resultados erróneos.

Distribuciones de Probabilidad

Existen dos tipos de distribuciones de probabilidad, continuas y discretas. Las cuales están definidas o dependen de uno o más parámetros.
De acuerdo a James Evans y David Olson[2], hay tres tipos básicos de parámetros:

- Un parámetro de *forma*, que controla la forma básica de la distribución.
- Un parámetro de *escala*, que controla la unidad de medida dentro del rango de la distribución. Cambiando el mismo, se logra contraer o expandir la distribución a lo largo del eje horizontal.
- Un parámetro de *ubicación*, que especifica la posición de la distribución relativa a cero en el eje horizontal. Puede representar el punto medio o el extremo inferior del rango de la distribución.

---

[2] James R. Evans – David. L. Olson, *Introduction to Simulation and Risk Analysis,* Prentice Hall, 1998, página 45.

Distribución Uniforme

Se caracteriza por el hecho de que todos los resultados posibles entre un cierto mínimo y máximo son igualmente probables.

Densidad	$f(x) = \dfrac{1}{b - a}$
Distribución	$F(x) = \dfrac{x - a}{b - a}$
Parámetros	$a \leq b$
Dominio	$a \leq x \leq b$
Media	$\dfrac{a + b}{2}$
Varianza	$\dfrac{(b - a)^2}{12}$

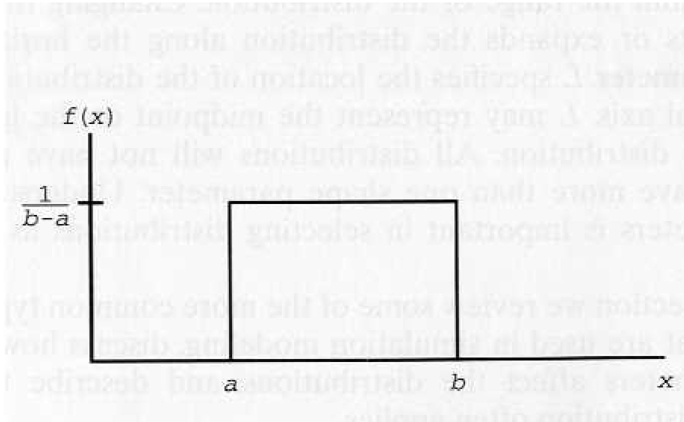

Gráfico 1: Distribución Uniforme

El mínimo es el parámetro de ubicación, mientras que la diferencia entre el máximo y el mínimo es el parámetro de escala. No hay parámetro de forma.
La distribución uniforme se utiliza cuando hay muy poca información disponible respecto de la variable aleatoria, los parámetros mínimo y máximo se fijan para reflejar la mejor estimación del rango de valores que puede tomar la variable aleatoria.

Distribución Normal

Se caracteriza por su forma acampanada. Es simétrica y tiene la propiedad de que la mediana, el modo y la media aritmética coinciden.
A pesar de que no es cerrada, la mayor densidad está cercana a la media. Se caracteriza por dos parámetros: la media, μ (parámetro de ubicación) y la varianza σ^2 (parámetro de escala).

Densidad	$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-(x - \mu)^2 / 2\sigma^2}$
Distribución	No es cerrada
Parámetros	$\sigma^2 > 0$, μ
Dominio	$-\infty \leq x \leq +\infty$
Media	μ
Varianza	σ^2

Existe un caso particular de esta distribución, la distribución normal *standard*, con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$.
La distribución normal se observa en numerosos fenómenos y también muchas distribuciones tienden a la normal, es por ello que es una de las más utilizadas.

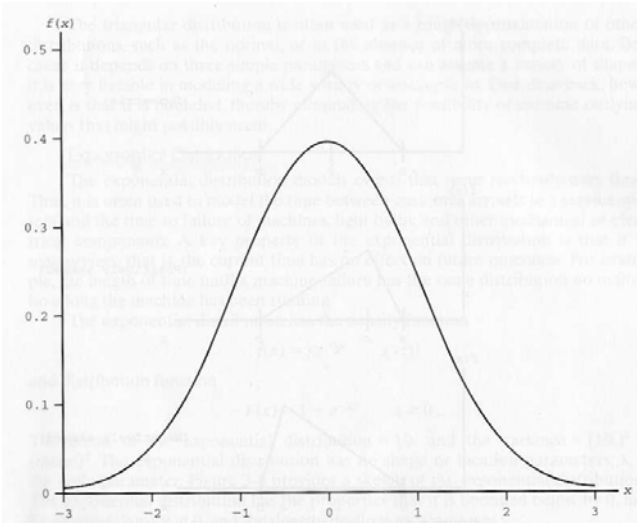

Gráfico 2: Distribución Normal

Distribución Triangular

Se define por tres parámetros: el mínimo *a*, el máximo *b*, y el valor más probable *c*. Variando la posición del valor más probable con relación a los extremos, la distribución puede ser simétrica o no.

Densidad	$f(x) = \dfrac{2\,(x-a)}{(b-a)(c-a)}$; $a \leq x \leq c$ $f(x) = \dfrac{2\,(b-x)}{(b-a)(b-c)}$; $c \leq x \leq b$
Distribución	$F(x) = 0$; $x < a$ $F(x) = \dfrac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}$; $a \leq x \leq c$ $F(x) = 1 - \dfrac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)}$; $c < x \leq b$ $F(x) = 1$; $b < x$
Parámetros	$a \leq c \leq b$
Dominio	$a \leq x \leq b$
Media	$\dfrac{a+b+c}{3}$
Varianza	$\dfrac{a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc}{18}$

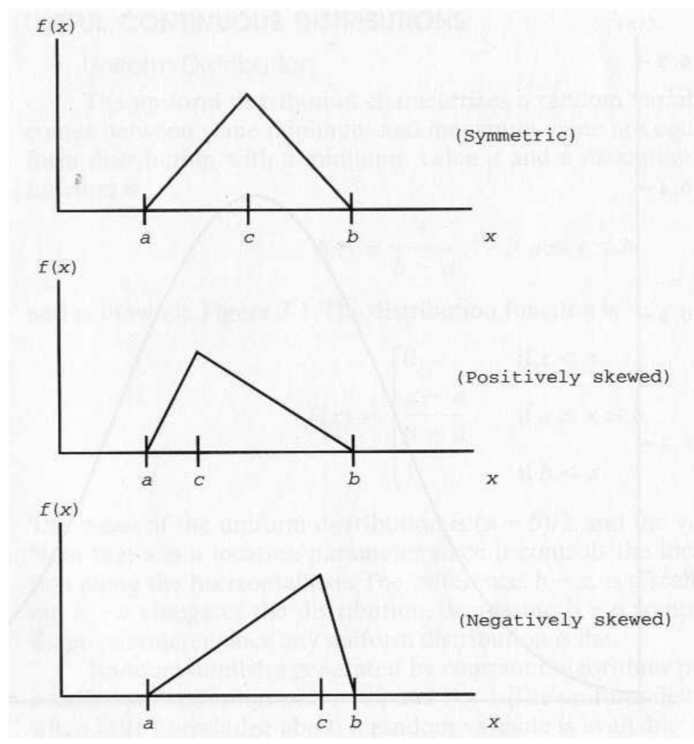

Gráfico 3: Distribución Triangular

La distribución triangular se usa usualmente como una aproximación de otras distribuciones, como la normal, o ante la ausencia de información más completa.
Dado que depende de tres parámetros simples y puede tomar una variedad de formas, es muy flexible para modelizar una amplia variedad de supuestos.
Una característica es que es cerrada, eliminando la posibilidad de valores extremos que quizás podrían ocurrir en la realidad.

Elección de una distribución que se ajuste a los inputs del modelo

No siempre es sencillo seleccionar la distribución de probabilidad adecuada. Hay distintos enfoques para elegir una distribución que se ajuste al comportamiento de la variable aleatoria en un modelo de simulación. Principalmente, se presentan dos situaciones:

1) **Cuando existe información empírica**

   Para muchos inputs de un modelo de simulación podría existir información empírica disponible, a través de registros históricos o recopilada especialmente al efecto. En estos casos se recurre a métodos de ajuste, como ser el método de *Bootstrap*[3] para identificar o caracterizar el comportamiento de la variable bajo estudio en base a la información disponible y determinar de esa manera cuál sería la distribución de probabilidad pertinente para la variable en cuestión. El Bootstrap es un método computarizado de inferencia estadística que permite responder muchos problemas estadísticos reales sin recurrir a la complejidad de las fórmulas.
   Este enfoque tiene sus desventajas. Por un lado, la información histórica podría no representar adecuadamente la verdadera población debido a un error de muestreo. Adicionalmente, el uso de información empírica impide el uso de valores fuera del rango original de la información.

   Una manera de solucionar estos inconvenientes es intentar ajustar una distribución teórica a la información disponible y luego verificar la validez del ajuste estadísticamente. En este sentido, un resumen de las estadísticas principales provee criterios adicionales o pistas para definir la naturaleza de la distribución. La media, mediana, desviación estándar y coeficiente de variación usualmente proveen información sustancial. Por ejemplo, datos distribuidos normalmente tienden a tener un coeficiente de variación relativamente bajo, sin embargo, esto podría no ser así en el caso de que la media sea pequeña. También, para datos distribuidos normalmente, esperaríamos que la media y mediana sean aproximadamente iguales. Para datos distribuidos exponencialmente, sin embargo, la mediana será menor que la media. Adicionalmente, esperaríamos que la media sea cercana a la desviación estándar.
   También se puede analizar el coeficiente de asimetría. Datos que se distribuyen normalmente presentan una distribución simétrica, mientras que datos que se distribuyen de manera exponencial o logarítmica, muestran asimetría positiva.

[3] Para una descripción del método de Bootstrap, referirse a Bradley Efron & Robert J. Tibshirami, ***An introduction to the Bootstrap***, Chapman & Hall, 1993, Capítulo 7, Example 2: curve fitting, página 70.

Siguiendo este tipo de análisis podemos obtener una hipótesis de cual sería la distribución que ajusta mejor a los datos. De todos modos, es necesario verificar esta hipótesis de manera formal, para lo cual se usan tests estadísticos.

No entraremos en el análisis de estos tests por estar fuera del alcance del presente trabajo. De todos modos, hoy en día existen algunas alternativas de software comercial que ayudan en este tipo de circunstancias, como ser *Crystal Ball* de Decisioneering y *@RISK – Best Fit* de Palisade Corporation.[4]
Básicamente, estos programas recurren a un proceso similar al *bootstrap* a efectos de ajustar una determinada distribución a una población de datos disponibles.[5]

2) Cuando no existe información disponible

En el caso de que no exista información disponible, todo queda librado al juicio de quien construye el modelo en cuanto a seleccionar la distribución adecuada a utilizar para modelizar el comportamiento de cierta variable aleatoria que sirva de input al modelo.
Es por ello que un conocimiento de las distintas alternativas de distribuciones que se pueden utilizar resulta tan valioso.

Pueden presentarse sin embargo situaciones en las que simplemente no se tenga idea de que distribución utilizar. En estos casos, se deberá definir a criterio un rango o intervalo de valores [a,b] que podría tomar la variable en estudio. Si no existen razones para pensar que algunos valores dentro del rango son más probables que otros, se utilizará la distribución *uniforme*. Por el contrario, si en efecto, existen razones para pensar que cierto valor c comprendido entre a y b tiene una probabilidad de ocurrencia mayor al resto, sería adecuado usar la distribución *triangular*. Finalmente, si se estima que existe un valor promedio m, además del valor más probable c, se podría usar la distribución *beta* con α_1 y α_2 definidos de la siguiente manera:

$$\alpha_1 = \frac{(m-a)(2c-a-b)}{(c-m)\,(b-a)}\,; \qquad \alpha_2 = \frac{(b-m)}{m-a}\,.\,\alpha_1$$

Si $m>c$, la distribución tendrá asimetría positiva, en caso contrario, la asimetría será de izquierda.

---

[4] Para un ejemplo del uso de información empírica como base para el armado de una simulación se puede consultar: *Financial Models Using Simulation and Optimization*, de Wayne Winston. Pág. 259.

[5] Para una descripción del proceso de ajuste utilizado por @RISK, referirse al manual del usuario del programa: Palisade Corporation, ***Guide to Using @RISK – Risk Analysis and Simulation Add-In for Microsoft Excel***, Version 4.0 - March 2000, páginas 131 a 133.

Aplicaciones de la simulación y técnicas de modelización

A modo de brindar un panorama de las posible aplicaciones de las técnicas descriptas citamos algunos ejemplos prácticos.

La simulación puede ayudar a manejar y cuantificar la incertidumbre en situaciones como las siguientes:

- Desarrollo de un nuevo producto[6]
- Adquisiciones y/o fusiones de empresas[7]
- Preparación de proyecciones de información contable y financiera[8]
- Estimación de precios futuros de acciones, instrumentos financieros derivados, y similares.[9]
- Estimación de tasas de interés y tipos de cambios.[10]
- Modelización de procesos productivos e industriales.[11]
- Value at risk[12]

---

[6] Ver *Introduction to Simulation and Risk Analysis,* James Evans – David Olson, Pág. 95.
Ver *Financial Models Using Simulation and Optimization* de Wayne Winston. Capítulo 28: "Simulating a New Product – The Hippo Example". También Capítulo 31: "Simulating Development of a New Drug".

[7] Ver *Financial Models Using Simulation and Optimization* de Wayne Winston. Capítulo 32: "Using Simulation to Model an Acquisiton".

[8] Ver *Financial Models Using Simulation and Optimization* de Wayne Winston. Capítulo 33: "Simulating Pro Forma Financial Statements".

[9] Ver *Financial Models Using Simulation and Optimization* de Wayne Winston. Capítulo 41: "The lognormal model of Stock Prices". También Capítulo 42: "Pricing European Puts and Calls by Simulation".

[10] Ver *Financial Models Using Simulation and Optimization* de Wayne Winston. Capítulo 53: "Simulating Yield Curve Movements based on Historical Data". También Capítulo 52: "Simulating Exchange Risk-Valuing a Foreing Currency Swap".

[11] Una descripción de algunas aplicaciones en el campo industrial y de actividades productivas puede encontrarse en *Introduction to Simulation and Risk Analysis,* James Evans & David Olson, Capítulo 6: "Building System Simulation Models" y Capítulo 9: "Applications of Systems Simulation".

[12] Ver *Financial Models Using Simulation and Optimization* de Wayne Winston. Capítulo 45: "Finding Value at Risk (VAR) of a Portfolio"; Capítulo 48: "Computing VAR for Forwards and Futures".