

**Economía Internacional**  
**Trabajo Práctico N° 1**  
**Modelo de Ricardo**

---

**1. Considere una economía cerrada que puede producir 2 bienes (llamemos los 1 y 2) utilizando 2 factores de producción (capital y trabajo). Las funciones de producción para cada bien están dadas por**

$$y_1 = k_1^\beta l_1^{1-\beta}$$

$$y_2 = k_2^\beta l_2^{1-\beta}$$

**donde  $y_i$ ,  $k_i$  y  $l_i$  representan el producto, el capital utilizado y el trabajo utilizado en el sector  $i$  respectivamente. Asuma que  $\beta = 1/2$ . Y que la oferta total de cada factor esta dada por  $\bar{k} = 800$  y  $\bar{l} = 800$ .**

**a. Calcule y grafique la frontera de posibilidades de producción para esta economía. Ayuda: maximicen la cantidad que se produce del bien 2 dada la oferta de factores y una cantidad producida del bien 1.**

Tenemos que maximizar la producción de uno de los bienes sujeto a la producción del otro bien y a las restricciones de la economía de capital y trabajo.

Es decir,

$$\max y_2 = f(k_2, l_2) \quad sa$$

$$y_1 = f(k_1, l_1)$$

$$\left. \begin{array}{l} k_1 + k_2 = \bar{k} = 800 \quad k_1 = 800 - k_2 \\ l_1 + l_2 = \bar{l} = 800 \quad l_1 = 800 - l_2 \end{array} \right\}$$

Por lo tanto, combinando las tres restricciones, el problema se reduce a:

$$\max y_2 = f(k_2, l_2) \quad sa \quad y_1 = f(800 - k_2, 800 - l_2)$$

Armamos el Lagrangeano:

$$L = k_2^{0.5} l_2^{0.5} + \lambda [(800 - k_2)^{0.5} \times (800 - l_2)^{0.5} - y_1]$$

$$\frac{\partial L}{\partial l_2} = 0.5 k_2^{0.5} l_2^{-0.5} + \lambda 0.5 (800 - k_2)^{0.5} \times (800 - l_2)^{-0.5} (-1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial k_2} = 0.5 k_2^{-0.5} l_2^{0.5} + \lambda 0.5 (800 - k_2)^{-0.5} \times (800 - l_2)^{0.5} (-1)$$

De las dos primeras CPO obtenemos la relación óptima entre capital y trabajo, mediante la cual se igualan las tasas marginales de sustitución técnica para el sector 1 y 2. Es decir:

$$\frac{k_2}{l_2} = \left( \frac{800 - k_2}{800 - l_2} \right) \Rightarrow k_2(800 - l_2) = l_2(800 - k_2) \quad \Rightarrow 800k_2 - 800l_2 = 800l_2 - 800k_2$$

$$\Rightarrow 1600k_2 = 1600l_2$$

$$\Rightarrow \boxed{k_2 = l_2}$$

Ahora que tenemos la relación óptima entre capital y trabajo en el sector dos, necesitamos una expresión para  $l_1$ . Esta se deriva de la siguiente manera:

$$y_1 = k_1^{0.5} l_1^{0.5} = l_1^{0.5} l_1^{0.5} \Rightarrow \boxed{k_1 = l_1}$$

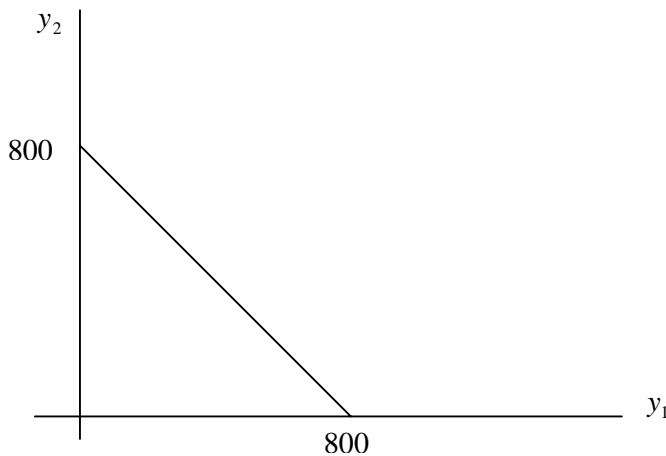
$$y_2 = k_2^{0.5} l_2^{0.5} = l_2^{0.5} l_2^{0.5} \Rightarrow \boxed{y_2 = l_2} \quad \Rightarrow y_2 = \bar{l} - l_1 \Rightarrow \boxed{y_2 = 800 - l_1}$$

Como sabemos que el producto en el sector 1 es igual al trabajo en el sector, reemplazando, obtenemos la ecuación de la FPP:  $\boxed{y_2 = 800 - y_1}$

Para conocer su pendiente, o la tasa marginal de transformación, simplemente hacemos:

$$\frac{\partial y_2}{\partial y_1} = -1$$

La pendiente es constante e igual a menos uno, con lo cual gráficamente se tiene:



La pendiente constante e igual a -1 nos indica que cada vez que se reduce la producción de  $y_2$  en una unidad, los recursos que se liberan sirven para producir una unidad de  $y_1$

**b. ¿Cuál va a ser el precio relativo si en equilibrio se producen ambos bienes? Normalicen el precio del bien 1 a 1.**

En equilibrio el precio relativo de los bienes ha de igualarse con la pendiente de la FPP,

lo cual indica un precio relativo  $p = \frac{P_1}{P_2}$  igual a 1.

**c. ¿Cuál va a ser el salario y la remuneración del capital?**

De la teoría de la firma sabemos que se remunera a los factores su productividad marginal, condición que sale de la minimización de costos, sujeto a determinado nivel de producción.

Por lo tanto, para el trabajo tendremos que  $w = 0.5k^{0.5}l^{-0.5} \Rightarrow w = 0.5k^{0.5}k^{-0.5} \Rightarrow w = 0.5$

Para la renta al capital tendremos que  $r = 0.5k^{-0.5}l^{0.5} \Rightarrow r = 0.5k^{-0.5}k^{0.5} \Rightarrow r = 0.5$

**d. Resuelva las cantidades de equilibrio si las preferencias están dadas por:**

$$U(c_1, c_2) = \ln c_1 + \ln c_2$$

Armamos el Lagrangeano, maximizando la utilidad de los agentes sujeto a la FPP, ya que estamos en una economía cerrada, donde el consumo es igual al producto. Por lo tanto,

$$L = \ln c_1 + \ln c_2 + \lambda[800 - y_1 - y_2]$$

Obteniendo las CPO y encontrando la relación óptima entre el consumo del bien uno y consumo del bien 2 (no olvidar que consumo es igual a producto!), encontramos que:

$$\frac{\frac{1}{c_1}}{\frac{1}{c_2}} = \frac{\lambda}{\lambda} \Rightarrow c_2 = c_1$$

De la tercer CPO tenemos que  $800 - y_1 - y_2 = 0$

Considerando  $y_1 = c_1$ ,  $y_2 = c_2$ , y utilizando la relación óptima de consumo, resulta que

$$\begin{aligned} 800 - y_1 - y_1 &= 0 \\ 800 &= 2y_1 \end{aligned} \Rightarrow c_1^* = y_1 = 400, c_2^* = y_2 = 400$$

**e. Suponga ahora que el país se abre al comercio internacional y que el precio internacional del bien 2 es  $p = 2$  (2 unidades del bien 1 equivalen a 1 unidad del bien 2). ¿Qué bien se va a producir domésticamente? ¿Cuál va a ser el consumo de cada bien? ¿Cuáles serán las importaciones y las exportaciones?**

Si  $p_2 = 2$  el precio relativo, con el  $p_1 = 1$  nos quedaría  $\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}$

Esta situación nos llevaría a una solución de esquina, ya que la pendiente de la FPP es mayor al cociente de precios. Así, el país se especializará en la producción del bien 2. Entonces, producirá 800 unidades del bien 2 y 0 unidades del bien 1.

Para obtener el consumo de cada bien debemos maximizar la utilidad, de donde se obtiene que  $c_1 = 800$  y  $c_2 = 400$ . Por lo tanto, las exportaciones son de 400 unidades del bien 2, por un valor de \$800, y las importaciones son de 800 unidades del bien 1, por un valor de \$800.

**2. Considere dos países en el mundo: Argentina y Brasil y dos bienes que se producen: trigo y vestimenta. Hay 500 trabajadores en Argentina y 700 en Brasil. Dados los requerimientos unitarios de trabajo por el siguiente cuadro:**

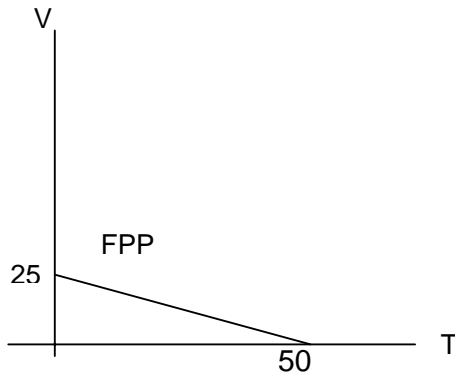
	Argentina	Brasil
Trigo	10	40
Vestimenta	20	20

**a. Dibuje la frontera de posibilidades de producción para cada país, así como la ecuación que la representa.**

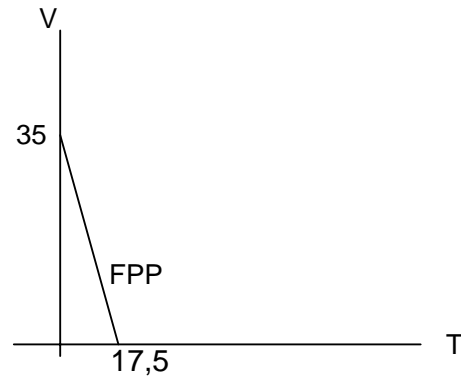
Este ejercicio se basa en el modelo Ricardiano, según el cual el comercio internacional se debe únicamente a las diferencias en la productividad del trabajo.

- Hay 2 bienes (o sectores de producción): Trigo y Vestimenta.
- Hay un único factor de producción L, el trabajo.
- La tecnología de la economía proviene de la productividad del trabajo en términos de *requerimientos de trabajo unitarios* (en horas por unidad de producto para cada uno de los bienes)
- Los requerimientos de trabajo son siempre iguales, lo cual sugiere retornos constantes a escala.
- Considerar que hay un solo factor de producción por lo que la FPP será una línea recta. Es decir, el costo de oportunidad es constante.
- Los límites de producción se definen por:  $a_T T + a_V V = \bar{L}$

Argentina



Brasil



**b. Determine el precio relativo del trigo respecto a la vestimenta en cada país.**

Para determinar dicho precio relativo en cada país debemos maximizar los beneficios de las firmas en ambos sectores en cada país.

Argentina:

*Sector de trigo:*

$$\max \pi_T = \frac{P_T L_T}{P_V 10} - wL_T$$

$$\frac{\partial \pi_T}{\partial L_T} = \frac{P_T}{P_V 10} - w = 0$$

*Sector de vestimenta:*

$$\max \pi_V = 1 \frac{L_T}{20} - wL_V$$

$$\frac{\partial \pi_T}{\partial L_V} = \frac{1}{20} - w = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{P_T L_T}{P_V 10} = w \\ \frac{1}{20} = w \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{\frac{P_T}{P_V} = \frac{1}{2}}$$

Brasil:

*Sector de trigo:*

$$\max \pi_T = \frac{P_T L_T}{P_V 40} - wL_T$$

$$\frac{\partial \pi_T}{\partial L_T} = \frac{P_T}{P_V 40} - w = 0$$

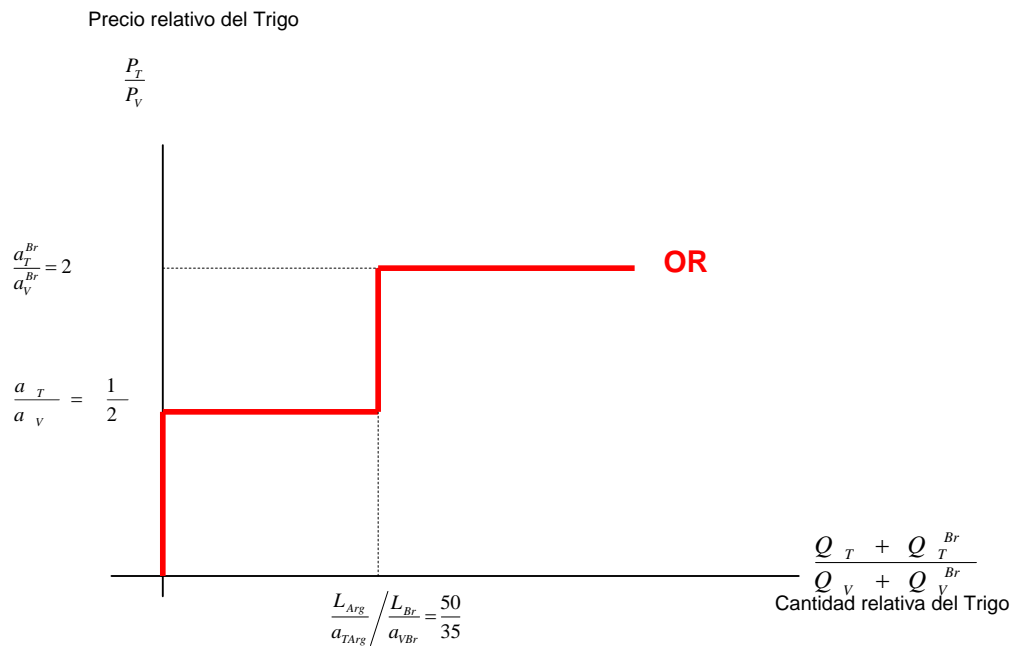
*Sector de vestimenta:*

$$\max \pi_V = 1 \frac{L_T}{20} - wL_V$$

$$\frac{\partial \pi_T}{\partial L_V} = \frac{1}{20} - w = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{P_T L_T}{P_V 40} = w \\ \frac{1}{20} = w \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{\frac{P_T}{P_V} = 2}$$

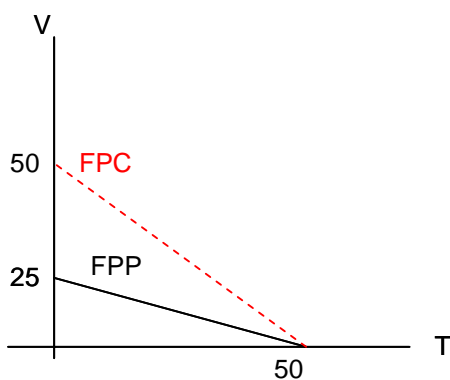
c. Se permite a ambos comerciar entre sí. Grafique la oferta relativa mundial, y especifique cual será el patrón de comercio y bajo que precio los países se especializaran.



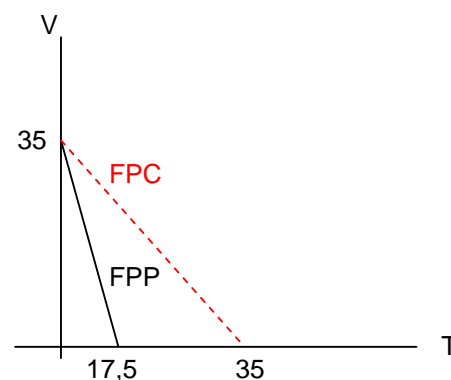
$\frac{P_T}{P_V} = p$	Argentina	Brasil
$p < 1/2$	Vestimenta	Vestimenta
$p = 1/2$	Indiferente	Vestimenta
$1/2 < p < 2$	Trigo	Vestimenta
$p = 2$	Trigo	Indiferente
$p > 1/2$	Trigo	Trigo

d. ¿Qué país gana con el comercio y por qué? Suponga que el precio internacional es 1.

Argentina



Brasil



e. Ahora los requerimientos de trabajo están dados por

	Argentina	Brasil
Trigo	10	50
Vestimenta	20	100

¿Cómo cambia el patrón de comercio ahora y que país gana con el comercio?

Los precios relativos son los mismos.

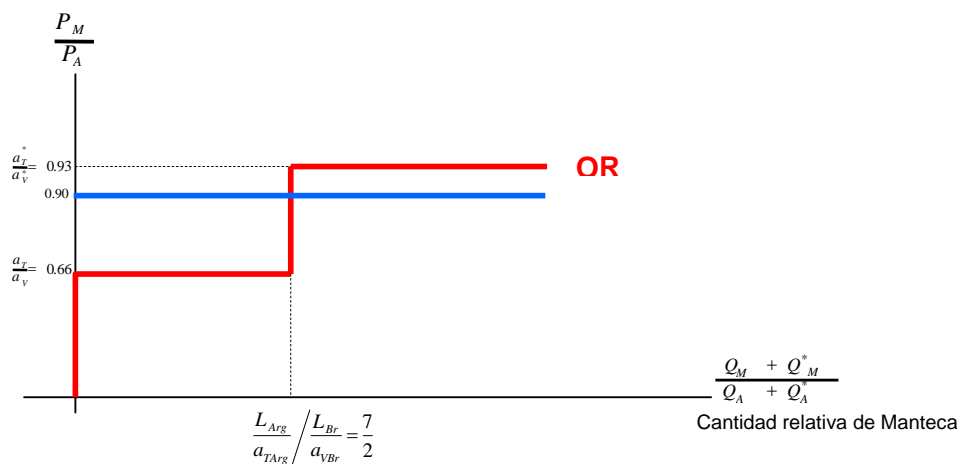
No habrá ventajas comparativas. Habrá comercio y ningún país se beneficiará. Ambos países están indiferentes entre producir vestimenta o trigo.

3. Dados 2 países: local y extranjero que se dedican a la producción de dos bienes, las características de la producción en ambos están dadas por

	Horas de trabajo por unidad de producto	
	Manteca	Azulejos
Local	8	12
Extranjero	14	15

a. Determine la oferta relativa y calcule el patrón de especialización del modelo sabiendo que el precio relativo de equilibrio es 0.9 y que la oferta de trabajo en el país local y el extranjero es de 2000 y 1000 horas respectivamente.

Precio relativo de la Manteca



$\frac{P_M}{P_A} = p$	Ar Local	i Extranjero
$p < 0.66$	Azulejos	Azulejos
$p = 0.66$	Indiferente	Azulejos
$0.66 < p < 0.93$	Manteca	Azulejos
$p = 0.93$	Manteca	Indiferente
$p > 0.93$	Manteca	Manteca

**b. Suponga ahora que el país local incorpora una nueva tecnología al sector productor de azulejos disminuyendo las horas hombre empleadas de 12 a 9. ¿Cómo cambian los resultados obtenidos en el punto anterior? ¿Cambia el patrón de especialización? ¿Por qué?**

Para el país local tendremos que  $\frac{P_M}{P_A} = \frac{8}{9} = 0.88$

Para el país extranjero  $\frac{P_M}{P_A} = \frac{14}{15} = 0.93$

El patrón de especialización no cambia porque  $0.88 < 0.90 < 0.93$

Los países van a tener ventajas comparativas en los mismos bienes que antes

**c. Suponga que lo que aumenta es la productividad del sector productor de manteca en el país local ¿cambia el patrón de especialización?**

Aumenta la productividad local en el sector de la manteca.

En el modelo Ricardiano, la productividad en el sector “i” está dada por:  $\frac{1}{a_i}$

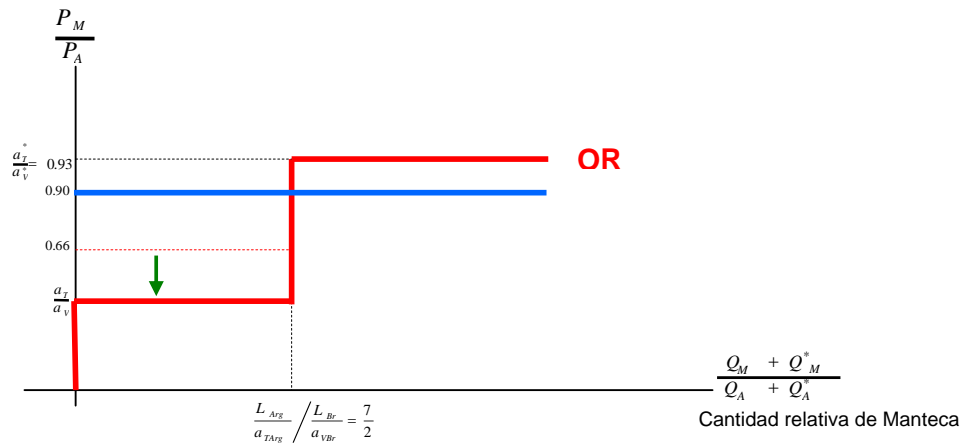
Un aumento de la productividad implica que necesito menos horas de trabajo por unidad de producto. Esto lo podemos ver en la siguiente ecuación:

$$\left( \frac{1}{\downarrow a_M} \right) \uparrow$$

Considerando que la curva de oferta relativa se hace plana y comienza a ser distinta de cero cuando  $\frac{P_M}{P_A} = \frac{a_M}{a_A}$  el cociente se hace menor, con lo cual cae también el precio relativo de autarquía.

Esto gráficamente se ve de la siguiente manera:

Precio relativo de la Manteca



d. ¿Puede establecer alguna relación entre los resultados obtenidos en las 2 respuestas previas y que tipo de bien (exportado o importado) es el que recibe un shock de productividad?

Si el shock se produce en el sector del bien que el país:

-exporta: NO cambia el patrón de especialización. El país sigue teniendo ventaja comparativa en ese bien.

-importa: El resultado es incierto. La magnitud del shock determinará si cambia o no el patrón de especialización

e. Dos economías tienen requerimientos unitarios de trabajo dados por el siguiente cuadro:

	Textiles	Vino
A	1	3
B	2	4

El país A tiene una dotación de 9000 trabajadores y el B de 16000. En autarquía se producen y consumen:

	Textiles	Vino
A	6000	1000
B	3000	2500

Cuando se abre al comercio el precio de los textiles es de 0.4 unidades de vino por unidad textil.

f. Si la economía A exporta 2500 unidades de textiles y la B 1000 unidades de Vino pero se mantienen los niveles de producción de autarquía (no hay especialización), compute las unidades de trabajo domésticas que se requerirían para en cada país para producir las nuevas cantidades consumidas. ¿Cuál fue la ganancia del comercio?

En una situación de comercio, tendríamos que el consumo sería:

	Textiles	Vino
A	$6000 - 2500 = 3500$	$1000 + 1000 = 2000$
B	$3000 + 2500 = 5500$	$2500 - 1000 = 1500$

Para alcanzar dicho nivel de consumo, veremos a continuación cuántas unidades de trabajo se hubieran utilizado en cada caso.

	A	B
Autarquía	$1.6000 + 3.1000 = 9000$	$2.3000 + 4.2500 = 16000$
Comercio	$1.3500 + 3.2000 = 9500$	$2.5500 + 4.1500 = 17000$
Ganancia	$9500 - 9000 = \mathbf{500}$	$17000 - 16000 = \mathbf{1000}$

g. Si hay especialización completa y el país A exporta 5000 unidades ¿cuáles son las ganancias del comercio?

	A	B
Autarquía	$1.6000 + 3.1000 = 9000$	$2.3000 + 4.2500 = 16000$
Comercio	$1.4000 + 3.2000 = 10000$	$2.5000 + 4.2000 = 18000$
Ganancia	$10000 - 9000 = \mathbf{1000}$	$18000 - 16000 = \mathbf{2000}$

El país A exporta 5000 unidades de trigo, ya que el costo relativo de producir trigo es 0,33 mientras que el precio relativo es 0,4. Por estas 5000 unidades, el país A puede importar 2000 unidades de vino del país B. Para calcular el consumo de trigo del país A simplemente debemos ver el total de la producción, que es 9000 y restarle las exportaciones, que son 5000. Por ende, el país A tiene un consumo de 4000 unidades de trigo.