Trabajo Práctico 5
Economía Internacional

1. En el modelo de Krugman (Journal of Internacional Economics 1979), asuma que la función de utilidad es de la forma

$$U = \int_0^n c(i)^\theta \, di \quad , \qquad 0 < \theta < 1$$

a. Maximice la utilidad del trabajador representativo sujeto a su restricción presupuestaria y derive la función de demanda.

RP: $\int_0^n p(i)c(i)di = w$.

Max $U = \int_0^n c(i)^\theta di$ s.a $\int_0^n p(i)c(i)di = w$

Armamos el Lagrange,

$$L = \int_0^n c(i)^\theta \, di + \lambda \left[w - \int_0^n p(i)c(i)di \right]$$

Derivamos:

$$\frac{\partial L}{\partial c(i)} = \theta . c(i)^{\theta-1} - \lambda p(i) = 0$$

$$\theta . c(i)^{\theta-1} = \lambda p(i)$$

Despejando, $p(i) = \dfrac{\theta . c(i)^{\theta-1}}{\lambda}$

Y obtenemos la demanda que enfrenta una firma: $\boxed{c(i) = \left(\dfrac{\lambda p(i)}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta-1}}}$

b. Calcule la elasticidad precio de la demanda.

La elasticidad viene definida como $\varepsilon = -\dfrac{\partial c(i)}{\partial p(i)} \dfrac{p(i)}{c(i)}$.

$$\varepsilon = -\left(\frac{1}{\theta - 1} \right) \left(\frac{\lambda}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta-1}} p(i)^{\frac{1}{\theta-1}-1} \frac{p(i)}{c(i)}$$

$$= -\left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left(\frac{\lambda}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} p(i)^{\frac{1}{\theta-1}} \frac{1}{p(i)} \frac{p(i)}{c(i)}$$

$$= -\left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left(\frac{\lambda}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} p(i)^{\frac{1}{\theta-1}} \frac{1}{\cancel{p(i)}} \frac{\cancel{p(i)}}{c(i)}$$

Si reemplazamos en lo anterior la expresión obtenida para p(i):

$$= -\left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left(\frac{\lambda}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} \left(\frac{\theta.c(i)^{\theta-1}}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} \frac{1}{c(i)}$$

$$= -\left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left(\frac{\lambda}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} \left(\frac{\theta}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} \left[c(i)^{\theta-1}\right]^{\frac{1}{\theta-1}} \frac{1}{c(i)}$$

Considerando que $\left(\frac{\lambda}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}}\left(\frac{\theta}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} = 1$

$$\varepsilon = -\left(\frac{1}{\theta-1}\right).1.c(i)^{\frac{\theta-1}{\theta-1}} \frac{1}{c(i)}$$

$$\varepsilon = -\left(\frac{1}{\theta-1}\right) c(i) \frac{1}{c(i)}$$

$$\varepsilon = -\left(\frac{1}{\theta-1}\right)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{-(\theta-1)}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{1}{1-\theta}}$$

c. Maximice los beneficios de la firma y encuentre el salario real de equilibrio.

Como en la función de producción de este modelo el único factor utilizado es el trabajo, tenemos que los beneficios son los siguientes:

$$\pi = p(i)x(i) - l(i)w$$

En el paper de Krugman se demuestra que el precio que maximiza los beneficios es:

$p(i) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} w\beta$, donde w es el salario pagado a los trabajadores y beta es el costo marginal.

Como nosotros ya obtuvimos nuestra elasticidad, simplemente tenemos que reemplazarla en la última expresión.

$$p(i) = \frac{\frac{1}{1-\theta}}{\frac{1}{1-\theta} - 1} w\beta$$

$$p(i) = \frac{\frac{1}{1-\theta}}{\frac{1-1+\theta}{1-\theta}} w\beta \quad \Rightarrow \quad p(i) = \frac{\frac{1}{1-\theta}}{\frac{\theta}{1-\theta}} w\beta \quad \Rightarrow \quad p(i) = \frac{1}{1-\theta}\frac{1-\theta}{\theta} w\beta$$

$$p(i) = \frac{1}{\theta} w\beta$$

Como α, β, w son los mismos para todas las firmas entonces tenemos que

$$p(i) = p$$
$$c(i) = c$$
$$x(i) = x$$

$$\boxed{\frac{p}{w} = \frac{\beta}{\theta}}$$

Esta expresión nos determina la curva PP, que será constante ya que sólo depende de los parámetros β, θ.

d. Use la condiciones de beneficios cero, equilibrio en el mercado de bienes y equilibrio en el mercado de trabajo para encontrar los valores de equilibrio para *c*, *x* y *n* .

Si los beneficios son cero, esto implica que el ingreso total es igual al costo total. En el paper, el ingreso total viene dado por p(i).x(i). El costo total viene dado por l(i).w, donde $l(i) = [\alpha + \beta x(i)]$. Por lo tanto, para que $\pi = 0$ requerimos que:

$$p.x = [\alpha + \beta x]w$$
$$\frac{p}{w} = \frac{[\alpha + \beta x]}{x}$$
$$\frac{p}{w} - \beta = \frac{\alpha}{x}$$
$$x\left(\frac{p}{w} - \beta\right) = \alpha$$

$$x = \frac{\alpha}{\left(\frac{p}{w} - \beta\right)}$$

Reemplazando por el valor de p/w que maximiza beneficios tenemos que:

$$x = \frac{\alpha}{\left(\frac{\beta}{\theta} - \beta\right)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = \frac{\alpha}{\beta\left(\frac{1-\theta}{\theta}\right)}}$$

Esta última expresión nos determina la curva ZZ.

Para determinar n necesitamos usar la condición de pleno empleo en el mercado laboral:

$$L = \int_0^n li.di = \int_0^n (\alpha + \beta xi)di$$

En el paper vimos que $n = \frac{L}{\alpha + \beta cL}$, por lo tanto, utilizando la condición de equilibrio en el mercado de bienes, $xi = ci.L$, la reemplazamos en la expresión para n anterior de la siguiente manera:

$$n = \frac{L}{\alpha + \beta\left(\frac{\alpha\theta}{\beta(1-\theta)}\right)} = \frac{L}{\alpha + \frac{\alpha\theta}{1-\theta}} = \frac{L}{\alpha\left(1 + \frac{\theta}{1-\theta}\right)} = \frac{L}{\alpha\left(\frac{1-\theta+\theta}{1-\theta}\right)}$$

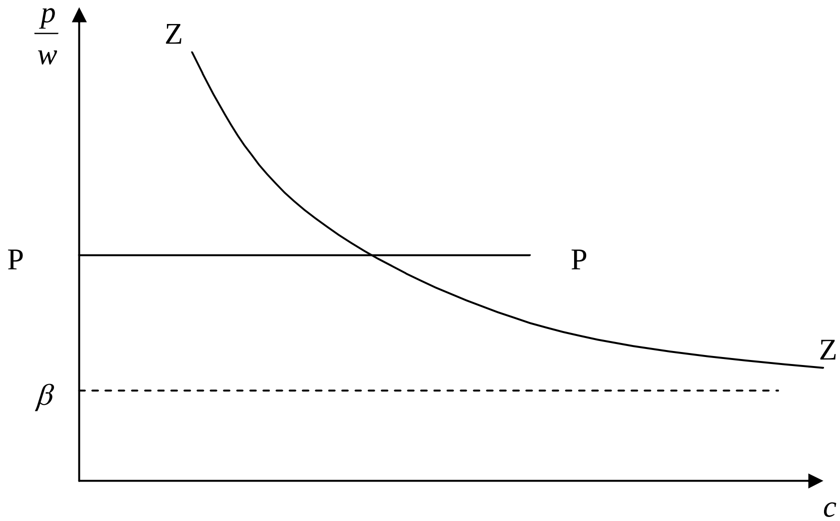
$$\boxed{n = \frac{(1-\theta)L}{\alpha}}$$

Finalmente, sabiendo que $x = c.L$, entonces $c = x./L$.

$$c = \frac{\alpha}{\beta\left(\frac{1-\theta}{\theta}\right)}\frac{1}{L} \rightarrow \boxed{c = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)\frac{1}{L}}$$

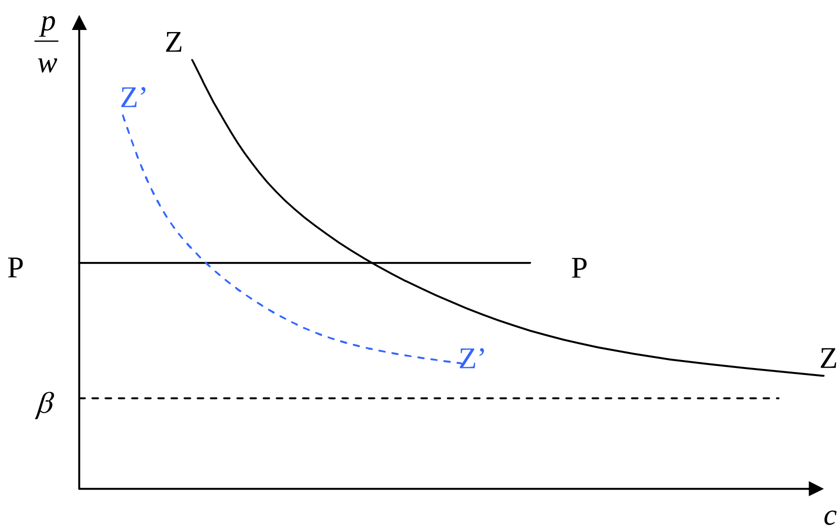
e. ¿Cómo es la curva PP en este caso?

La curva PP en este caso es horizontal, tal como se dijo antes.



f. ¿Qué sucede con el salario real cuando aumenta la población? ¿Con el consumo individual y agregado? ¿Con el número de variedades?

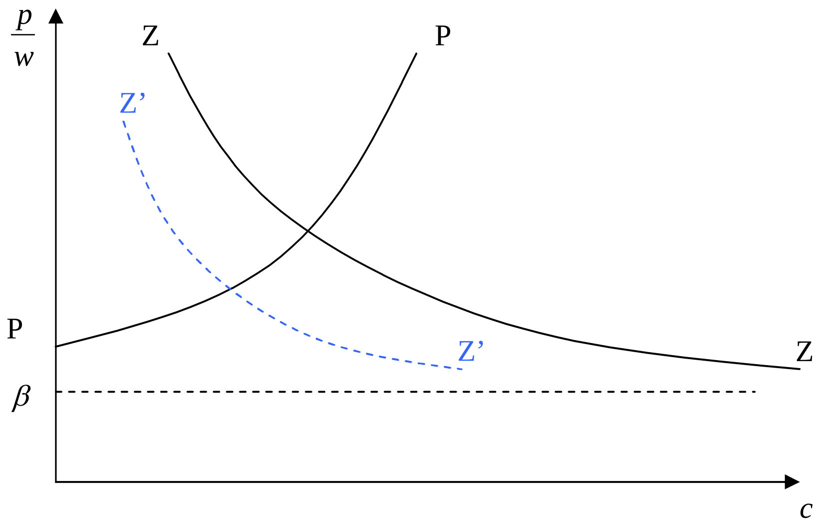
Al aumentar la población la curva ZZ se desplaza hacia la izquierda, dado que en la expresión para ella, "L" está en el denominador, por lo cual ésta cae. Esto implica que para todo nivel de p/w voy a tener un menor nivel de consumo.



El número de variedades, al estar definido por $n = \frac{(1-\theta)L}{\alpha}$ aumentará.

g. Compare sus resultados de f) con los efectos descriptos en el paper.

En el paper teníamos una curva PP con pendiente positiva, tal como lo muestra el siguiente gráfico:



Se desplaza la curva ZZ hacia adentro. Aumenta el salario real, cae el consumo por variedad y por lo tanto aumenta el número de variedades ($nc = w/p$). El aumento en el número de variedades es tal que compensa la caída en el consumo individual y el bienestar aumenta.

h. Muestre analíticamente como afectan los parámetros del modelo α, β, θ a *w*/ *p*, *c*, *x* y *n*. Explique intuitivamente los resultados.

El cociente w/p de equilibrio surge de igualar las curvas PP y ZZ. De todas maneras, al tener que la curva PP es horizontal, tenemos un único p/w. Por lo tanto, los parámetros afectan a dicho cociente de la siguiente manera:

$\frac{\partial(p/w)}{\partial\alpha} = 0$. El costo fijo no tiene efecto en el precio en términos del salario.

$$\frac{\partial(p/w)}{\partial\beta} = \theta$$

$\frac{\partial(p/w)}{\partial\theta} = -\frac{\beta}{\theta^2}$. A medida que aumenta θ, parámetro de elasticidad,

Para el consumo tenemos que:

$\frac{\partial c}{\partial\alpha} = \frac{\alpha\theta}{L\beta(1-\theta)}$. Al aumentar el costo fijo el consumo aumentará.

$\frac{\partial c}{\partial\beta} = -\frac{\alpha\theta}{L\beta^2(1-\theta)}$. El aumento del costo marginal hace que el consumo caiga. El aumento de beta genera un desplazamiento de las curvas de forma tal que el consumo cae.

$\frac{\partial c}{\partial \theta} = \frac{\alpha}{L\beta(1-\theta)} + \frac{\alpha\theta}{L\beta(1-\theta)^2}$. Al aumentar el parámetro de elasticidad el consumo cae (recordar la fórmula que se obtuvo para la elasticidad)

Para el output tenemos que:

$\frac{\partial x}{\partial \alpha} = \frac{\theta}{\beta(1-\theta)}$. Un aumento del costo fijo implica un mayor nivel de output de cada uno de los bienes.

$\frac{\partial x}{\partial \beta} = -\frac{\alpha\theta}{\beta^2(1-\theta)}$. Un aumento del costo marginal reduce el output: ahora producir cada unidad resulta más caro.

$\frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{\alpha\theta}{\beta(1-\theta)^2} + \frac{\alpha}{\beta(1-\theta)}$. Un aumento del parámetro de la elasticidad genera una mayor oferta de cada uno de los bienes.

Para la cantidad de variedades tenemos que:

$\frac{\partial n}{\partial \alpha} = -\frac{(1-\theta)L}{\alpha^2}$. Un aumento del costo fijo se refleja en una reducción en la cantidad de variedades.

$\frac{\partial n}{\partial \beta} = 0$. El costo marginal no afecta a la cantidad de variedades.

$\frac{\partial n}{\partial \theta} = -\frac{L}{\alpha}$. Un aumento del parámetro de elasticidad genera una caída en la cantidad de variedades.